

# वर्कशॉप कैलकुलेशन & साइंस

## WORKSHOP CALCULATION & SCIENCE

### (NSQF)

1<sup>st</sup> वर्ष  
Year

(संशोधित पाठ्यक्रम जुलाई , 2022)  
(As per revised syllabus July 2022)

इलेक्ट्रीशियन  
ELECTRICIAN



Directorate General of Training

प्रशिक्षण महानिदेशालय  
कौशल विकास एवं उद्यमिता मंत्रालय  
भारत सरकार



राष्ट्रीय अनुदेशात्मक  
माध्यम संस्थान, चेन्नई

पो.बा. सं. 3142, CTI कैम्पस, गिण्डी, चेन्नई - 600 032

वर्कशॉप कैलकुलेशन & साइंस  
इलेक्ट्रीशियन - 1 वर्ष NSQF  
संशोधित पाठ्यक्रम जुलाई , 2022

प्रकाशक एवं मुद्रण :



राष्ट्रीय अनुदेशात्मक माध्यम संस्थान

पो. बा. सं. 3142,  
गिण्डी, चेन्नई - 600 032.  
भारत.

ई-मेल : [chennai-nimi@nic.in](mailto:chennai-nimi@nic.in)

वेब-साइट : [www.nimi.gov.in](http://www.nimi.gov.in)

प्रकाशनाधिकार © 2024 राष्ट्रीय अनुदेशात्मक माध्यम संस्थान, चेन्नई

प्रथम संस्करण : मार्च 2024

प्रतियाँ : 500

Rs.150/-

सर्वाधिकार सुरक्षित

इस प्रकाशन का कोई भी भाग किसी भी रूप में या किसी भी साधन के माध्यम से इलेक्ट्रॉनिक या यांत्रिक फोटो कापी सहित, रिकार्डिंग या किसी सूचना भण्डारण और पुनःप्राप्ति द्वारा प्रकाशक की लिखित पूर्वानुमति के बिना न तो उपयुक्त किया जा सकता है और ना ही प्रसारित किया जा सकता है ।

## प्राक्कथन

भारत सरकार ने राष्ट्रीय कौशल विकास नीति के तहत 2020 तक 30 करोड़ लोगों, यानी हर चार भारतीयों में से एक को कौशल प्रदान करने का महत्वाकांक्षी लक्ष्य रखा है, ताकि उन्हें नौकरियां सुरक्षित करने में मदद मिल सके। औद्योगिक प्रशिक्षण संस्थान (ITI) इस प्रक्रिया में विशेष रूप से कुशल जनशक्ति प्रदान करने के मामले में महत्वपूर्ण भूमिका निभाते हैं। इसे ध्यान में रखते हुए, और प्रशिक्षुओं को वर्तमान उद्योग प्रासंगिक कौशल प्रशिक्षण प्रदान करने के लिए, ITI पाठ्यक्रम को हाल ही में शामिल संस्करण की सहायता से अद्यतन किया गया है।

राष्ट्रीय अनुदेशात्मक माध्यम संस्थान (NIMI), चेन्नई, अब **वर्कशॉप कैलकुलेशन & साइंस - इलेक्ट्रीशियन - प्रथम वर्ष** के लिए संशोधित पाठ्यक्रम के अनुरूप शिक्षण सामग्री लेकर आया है - **CTS के तहत इलेक्ट्रीशियन NSQF (संशोधित 2022)** प्रशिक्षुओं को एक अंतरराष्ट्रीय समकक्ष मानक प्राप्त करने में मदद करेगा जहां उनकी कौशल दक्षता और योग्यता को दुनिया भर में विधिवत मान्यता दी जाएगी और इससे पूर्व शिक्षा की मान्यता का दायरा भी बढ़ेगा। NSQF प्रशिक्षुओं को जीवन भर सीखने और कौशल विकास को बढ़ावा देने के अवसर भी मिलेंगे। मुझे इसमें कोई संदेह नहीं है कि NSQF के साथ ITI के प्रशिक्षकों और प्रशिक्षुओं और सभी हितधारकों को इन IMP से अधिकतम लाभ मिलेगा और NIMI का प्रयास देश में व्यावसायिक प्रशिक्षण की गुणवत्ता में सुधार करने में काफी मदद करेगा।

प्रशिक्षण महानिदेशालय, NIMI के निदेशक, कर्मचारी तथा माध्यम विकास समिति के सदस्य इस प्रकाशन में प्रदत्त अपने योगदान हेतु अभिनंदन के पात्र हैं।

जय हिन्द !

अतुल कुमार तिवारी,IAS

सचिव

कौशल विकास एवं उद्यमिता मंत्रालय,  
भारत सरकार

नई दिल्ली - 110 001

## भूमिका

राष्ट्रीय अनुदेशात्मक मीडिया संस्थान (NIMI) की स्थापना भारत सरकार के कौशल विकास और उद्यमिता मंत्रालय के प्रशिक्षण महानिदेशालय द्वारा जर्मनी के संघीय गणराज्य की सरकार की तकनीकी सहायता से NSQF स्तरों के तहत निर्धारित पाठ्यक्रम और शिल्पकार प्रशिक्षण कार्यक्रम (CTS) के अनुसार विभिन्न ट्रेडों के लिए अनुदेशात्मक सामग्री विकसित करने और प्रसारित करने के मुख्य उद्देश्य से की गई थी।

शिक्षण सामग्री को इंस्ट्रक्शनल मीडिया पैकेज (IMP) के रूप में विकसित और उत्पादित किया जाता है, जिसमें ट्रेड थ्योरी, ट्रेड प्रैक्टिकल, टेस्ट और असाइनमेंट बुक, इंस्ट्रक्टर गाइड शामिल होते हैं। उपरोक्त सामग्री ITI में प्रशिक्षण के मानक में समग्र सुधार लाने में सक्षम होगी।

भारतीय युवाओं की प्रतिभाओं के विकास के लिए अवसर, स्थान और गुंजाइश बनाने और कौशल विकास के तहत उन क्षेत्रों को विकसित करने के उद्देश्य से, भारत सरकार के वित्त मंत्रालय (आर्थिक मामलों के विभाग), दिनांक 27 दिसंबर 2013 को एक राजपत्र अधिसूचना के माध्यम से भारत सरकार द्वारा स्किल इंडिया नामक एक राष्ट्रीय बहु-कौशल कार्यक्रम शुरू किया गया था।

जोर इस बात पर है कि युवाओं को इस तरह से कौशल प्रदान किया जाए कि वे रोजगार पाने में सक्षम हो सकें और पारंपरिक प्रकार के सभी व्यवसायों के लिए प्रशिक्षण, सहायता और मार्गदर्शन प्रदान करके उद्यमिता में सुधार कर सकें। प्रशिक्षण कार्यक्रम अंतर्राष्ट्रीय स्तर की तुलना पर होगा, ताकि हमारे देश के युवा देश में या विदेशों में रोजगार प्राप्त कर सकें। राष्ट्रीय कौशल विकास एजेंसी (NSDA) पर आधारित **राष्ट्रीय कौशल योग्यता फ्रेमवर्क (NSQF)**, एक राष्ट्रीय स्तर पर एकीकृत शिक्षा और योग्यता-आधारित ढांचा है, जो ज्ञान, **कौशल और योग्यता के स्तरों** की एक श्रृंखला के अनुसार सभी योग्यताओं को व्यवस्थित करता है। NSQF के तहत शिक्षार्थी औपचारिक, गैर-औपचारिक या अनौपचारिक शिक्षा के माध्यम से किसी भी स्तर पर आवश्यक योग्यता के लिए प्रमाणन प्राप्त कर सकता है।

CTS के तहत **वर्कशॉप कैलकुलेशन & साइंस - इलेक्ट्रीशियन - प्रथम वर्ष NSQF (संशोधित 2022)** NSQF पाठ्यक्रम के अनुसार कोर समूह के सदस्यों द्वारा विकसित पुस्तक में से एक है।

NSQF के अनुसार CTS के तहत **वर्कशॉप कैलकुलेशन & साइंस - इलेक्ट्रीशियन - प्रथम वर्ष NSQF (संशोधित 2022)** DGT के फील्ड संस्थानों के विशेषज्ञों, प्रत्येक सेक्टर के लिए चैम्पियन ITI और मीडिया विकास समिति (MDC) के सदस्यों और NIMI के कर्मचारियों के सामूहिक प्रयासों का परिणाम है। NIMI की इच्छा है कि उपरोक्त सामग्री प्रशिक्षुओं और प्रशिक्षकों की लम्बी जरूरतों को पूरा करेगी और प्रशिक्षुओं को व्यावसायिक प्रशिक्षण में रोजगार के लिए मदद करेगी।

NIMI इस अवसर पर सभी सदस्यों और मीडिया विकास समिति (MDC) के सदस्यों को हार्दिक धन्यवाद देना चाहता है।

## आभार

राष्ट्रीय अनुदेशात्मक मीडिया संस्थान (NIMI) NSQF संशोधित 2022 के अनुसार **वर्कशॉप कैलकुलेशन & साइंस - इलेक्ट्रीशियन - प्रथम वर्ष** पाठ्यक्रम के लिए इस IMP को लाने के लिए निम्नलिखित मीडिया डेवलपर्स के सहयोग और योगदान को ईमानदारी से धन्यवाद देता है।

### मीडिया विकास समिति के सदस्य

- |                          |   |                                                                                   |
|--------------------------|---|-----------------------------------------------------------------------------------|
| श्री. एम. संगारा पांडियन | - | प्रशिक्षण अधिकारी (सेवानिवृत्त)<br>CTI, भारत सरकार, गिंडी, चेन्नई - 32            |
| श्री. जी. सत्यमूर्ति     | - | कनिष्ठ प्रशिक्षण अधिकारी - SG (सेवानिवृत्त)<br>सरकारी ITI, त्रिची, DET - तमिलनाडु |

### NIMI समन्वयक

- |                      |   |                                          |
|----------------------|---|------------------------------------------|
| श्री. निर्माल्य नाथ  | - | उप महाप्रबंधक<br>NIMI - चेन्नई - 32      |
| श्री. जी. माइकल जॉनी | - | प्रबंधक<br>NIMI, चेन्नई - 32             |
| श्री. वी. वीरकुमार   | - | जूनियर तकनीकी सहायक<br>NIMI, चेन्नई - 32 |

NIMI ने इस IMP के विकास की प्रक्रिया में **Data Entry, CAD, DTP ऑपरेटरों** की उत्कृष्ट और समर्पित सेवाओं के लिए उनकी सराहना की।

NIMI इस पुस्तक के विकास में योगदान देने वाले अन्य सभी कर्मचारियों द्वारा किए गए प्रयासों को भी धन्यवाद देता है।

## परिचय

सामग्री को स्वतंत्र शिक्षण इकाइयों में विभाजित किया गया है, प्रत्येक में विषय का सारांश और एक असाइनमेंट भाग शामिल है। सारांश गणितीय और वैज्ञानिक सिद्धांतों का सार स्पष्ट और आसानी से समझने योग्य तरीके से समझाता है। इसे कक्षा में प्रशिक्षुओं को प्रदान की जाने वाली प्रशिक्षक की व्याख्यात्मक जानकारी के प्रतिस्थापन के रूप में नहीं माना जाना चाहिए, जो निश्चित रूप से अधिक विस्तृत होगी। पुस्तक को प्रशिक्षुओं को प्रशिक्षक द्वारा किए गए विस्तार से आवश्यक चीजों को समझने में सक्षम बनाना चाहिए और उन्हें सम्बंधित अध्याय के कार्यों को स्वतंत्र रूप से हल करने में मदद करनी चाहिए। जिनका सामना उन्हें व्यावहारिक अभ्यास करते समय शॉप फ्लोर (श्रमिक कर्मशाला) पर करना पड़ सकता है।

प्रशिक्षुओं के बीच संचार सुनिश्चित करने के लिए असाइनमेंट को 'ग्राफिक्स' के माध्यम से प्रस्तुत किया जाता है। यह प्रशिक्षुओं को समस्याओं को हल करने के लिए सही दृष्टिकोण निर्धारित करने में भी सहायता करता है। समस्याओं को हल करने के लिए आवश्यक प्रासंगिक डेटा ग्राफिक्स के समीप या तो प्रतीकों के माध्यम से या शब्दों के माध्यम से प्रदान किया जाता है। समस्याओं में दर्शाए गए प्रतीकों के विवरण का संदर्भ प्रासंगिक सारांशों में है।

अभ्यास के अंत में जहां भी आवश्यक कार्य हों, आगे के अभ्यास के लिए समस्याएं शामिल की जाती हैं।

### समय आवंटन:

#### 1 वर्ष की अवधि: 30 घंटे

अभ्यास के प्रत्येक शीर्षक के लिए समय आवंटन नीचे दिया गया है। **वर्कशॉप कैलकुलेशन & साइंस - इलेक्ट्रीशियन - प्रथम वर्ष NSQF संशोधित पाठ्यक्रम 2022.**

| क्र.सं | शीर्षक                               | अभ्यास संख्या   | समय घंटे में |
|--------|--------------------------------------|-----------------|--------------|
| 1      | इकाई, भिन्न                          | 1.1.01 - 1.1.07 | 4            |
| 2      | वर्गमूल, अनुपात और समानुपात, प्रतिशत | 1.2.08 - 1.2.14 | 6            |
| 3      | मटेरियल साइंस                        | 1.3.15 & 1.3.16 | 2            |
| 4      | द्रव्यमान, भार, आयतन और घनत्व        | 1.4.17 & 1.4.18 | 3            |
| 5      | कार्य, पावर और ऊर्जा                 | 1.5.19 & 1.5.20 | 2            |
| 6      | ऊष्मा एवं तापमान और दाब              | 1.6.21 - 1.6.23 | 5            |
| 7      | क्षेत्रमिति                          | 1.7.24 - 1.7.27 | 5            |
| 8      | त्रिकोणमिति                          | 1.8.28 - 1.8.30 | 3            |
| कुल    |                                      |                 | 30 घंटे      |

## सीखने / मूल्यांकन योग्य परिणाम

इस पुस्तक के पूरा होने पर यह आप जान सकेंगे

- **Demonstrate basic mathematical concept and principles to perform practical operations.**
- **Understand and explain basic science in the field of study.**

**विषय-क्रम**

| अभ्यास सं. | अभ्यास के शीर्षक                                                                                                           | पृष्ठ सं. |
|------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
|            | <b>मॉड्यूल - 1 इकाई, भिन्न (Unit, Fractions)</b>                                                                           |           |
| 1.1.01     | इकाई प्रणाली का वर्गीकरण (Classification of unit system)                                                                   | 1         |
| 1.1.02     | मूल और व्युत्पन्न मात्रक F.P.S, C.G.S, M.K.S और SI मात्रक (Fundamental and Derived units F.P.S, C.G.S, M.K.S and SI units) | 2         |
| 1.1.03     | मापन इकाइयाँ और रूपांतरण (Unit, Fractions - Measurement units and conversion)                                              | 3         |
| 1.1.04     | गुणनखंड, HCF, LCM और समस्याएँ (Factors, HCF, LCM and problems)                                                             | 8         |
| 1.1.05     | भिन्न - जोड़, घटाव, गुणा और भाग (Fractions - Addition, subtraction, multiplication & division)                             | 9         |
| 1.1.06     | दशमलव भिन्न - जोड़, घटाव, गुणा और भाग (Decimal fractions - Addition, subtraction, multiplication & division)               | 12        |
| 1.1.07     | कैलकुलेटर का उपयोग करके समस्याओं को हल करना (Solving problems by using calculator)                                         | 15        |
|            | <b>मॉड्यूल - 2 वर्गमूल, अनुपात और समानुपात, प्रतिशत (Square root, Ratio and Proportions, Percentage)</b>                   |           |
| 1.2.08     | वर्ग और वर्गमूल (Square and square root)                                                                                   | 19        |
| 1.2.09     | कैलकुलेटर का उपयोग करके समस्याएँ सरल करना (Simple problems using calculator)                                               | 21        |
| 1.2.10     | पाइथागोरस प्रमेय के अनुप्रयोग और संबंधित समस्याएँ (Applications of pythagoras theorem and related problems)                | 22        |
| 1.2.11     | अनुपात और समानुपात (Ratio and proportion)                                                                                  | 24        |
| 1.2.12     | अनुपात और समानुपात - प्रत्यक्ष और अप्रत्यक्ष अनुपात (Ratio and proportion - Direct and indirect proportions)               | 26        |
| 1.2.13     | प्रतिशत (Percentage)                                                                                                       | 30        |
| 1.2.14     | प्रतिशत को दशमलव और भिन्न में बदलना (Changing percentage to decimal and fraction)                                          | 33        |
|            | <b>मॉड्यूल - 3 मटेरियल साइंस (Material Science)</b>                                                                        |           |
| 1.3.15     | धातु के प्रकार, लौह और अलौह धातुओं के प्रकार (Types of metal, types of ferrous and non ferrous metals)                     | 34        |
| 1.3.16     | आयरन और कास्ट आयरन का परिचय (Introduction of iron and cast iron)                                                           | 37        |
|            | <b>मॉड्यूल - 4 द्रव्यमान, भार, आयतन और घनत्व (Mass, Weight, Volume and Density)</b>                                        |           |
| 1.4.17     | द्रव्यमान, आयतन, घनत्व और भार (Mass, volume, density and weight)                                                           | 40        |
| 1.4.18     | द्रव्यमान, आयतन, घनत्व और भार से संबंधित समस्याएँ (Related problems for mass, volume, density and weight)                  | 42        |
|            | <b>मॉड्यूल - 5 कार्य, पावर और ऊर्जा (Work, Power and Energy)</b>                                                           |           |
| 1.5.19     | कार्य, शक्ति, ऊर्जा, HP, IHP, BHP और दक्षता (Work, power, energy, HP, IHP, BHP and efficiency)                             | 46        |

| अभ्यास सं. | अभ्यास के शीर्षक                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | पृष्ठ सं. |
|------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 1.5.20     | स्थितिज ऊर्जा, गतिज ऊर्जा और असाइनमेंट से संबंधित समस्याएं<br>(Potential energy, kinetic energy and related problems with assignment)                                                                                                                                                                                                                                         | 52        |
| 1.6.21     | <b>मॉड्यूल - 6 ऊष्मा और तापमान और दाब (Heat &amp; Temperature and Pressure)</b><br>ऊष्मा और तापमान की अवधारणा, ऊष्मा का प्रभाव, ऊष्मा और तापमान के बीच अंतर, विभिन्न धातुओं और अधातुओं का क्वथनांक और गलनांक<br>(Concept of heat and temperature, effects of heat, difference between heat and temperature, boiling point & melting point of different metals and non-metals) | 55        |
| 1.6.22     | तापमान के पैमाने, सेल्सियस, फ़ारेनहाइट, केल्विन और तापमान के पैमाने के बीच रूपांतरण<br>(Scales of temperature, celsius, fahrenheit, kelvin and conversion between scales of temperature)                                                                                                                                                                                      | 57        |
| 1.6.23     | तापमान मापने के साधन, थर्मामीटर के प्रकार, पाइरोमीटर और ऊष्मा का संचरण - चालन, संवहन और विकिरण<br>(Temperature measuring instruments, types of thermometer, pyrometer and transmission of heat - Conduction, convection and radiation)                                                                                                                                        | 59        |
| 1.7.24     | <b>मॉड्यूल - 7 क्षेत्रमिति (Mensuration)</b><br>वर्ग, आयत और समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल और परिमाप (Area and perimeter of square, rectangle and parallelogram)                                                                                                                                                                                                               | 61        |
| 1.7.25     | त्रिभुजों का क्षेत्रफल और परिमाप (Area and perimeter of triangle)                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 65        |
| 1.7.26     | वृत्त का क्षेत्रफल और परिधि, अर्द्धवृत्त, वृत्ताकार वलय, वृत्त का त्रिज्यखंड, षट्कोण और दीर्घवृत्त<br>(Area and perimeter of circle, semi-circle, circular ring, sector of circle, hexagon and ellipse)                                                                                                                                                                       | 69        |
| 1.7.27     | सतह क्षेत्र और ठोस पदार्थों की मात्रा - घन, घनाभ, सिलेंडर, गोला और खोखला सिलेंडर (Surface area and volume of solids - Cube, cuboid, cylinder, sphere and hollow cylinder)                                                                                                                                                                                                     | 76        |
| 1.8.28     | <b>मॉड्यूल - 8 त्रिकोणमिति (Trigonometry)</b><br>कोणों का मापन (Measurement of angles)                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 81        |
| 1.8.29     | त्रिकोणमितीय अनुपात (Trigonometrical ratios)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 84        |
| 1.8.30     | त्रिकोणमितीय सारणी (Trigonometrical tables)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 87        |

# SYLLABUS

1<sup>st</sup> Year

## Workshop Calculation & Science - Electrician Revised syllabus July 2022 under CTS

| S.No.      | Title                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Time in Hrs |
|------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| <b>I</b>   | <b>Unit, Fractions</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1 Classification of Unit System</li> <li>2 Fundamental and Derived Units F.P.S, C.G.S, M.K.S and SI Units</li> <li>3 Measurement Units and Conversion</li> <li>4 Factors, HCF, LCM and Problems</li> <li>5 Fractions – Addition, Subtraction, Multiplication &amp; Division</li> <li>6 Decimal Fractions – Addition, Subtraction, Multiplication &amp; Division</li> <li>7 Solving Problems by using calculator</li> </ol> | <b>4</b>    |
| <b>II</b>  | <b>Square root, Ratio and Proportions, Percentage</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1 Square and Square Root</li> <li>2 Simple problems using calculator</li> <li>3 Applications of Pythagoras Theorem and related problems</li> <li>4 Ratio and Proportion</li> <li>5 Ratio and Proportion - Direct and Indirect proportions</li> <li>6 Percentage</li> <li>7 Percentage - Changing percentage to decimal and fraction</li> </ol>                                              | <b>6</b>    |
| <b>III</b> | <b>Material Science</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1 Types of metal, types of ferrous and non ferrous metals</li> <li>2 Introduction of iron and cast iron</li> </ol>                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | <b>2</b>    |
| <b>IV</b>  | <b>Mass, Weight, Volume, and Density</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1 Mass, volume, density and weight</li> <li>2 Related problems for mass, volume, density and weight</li> </ol>                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>3</b>    |
| <b>V</b>   | <b>Work, Power and Energy</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1 Work, power, energy, HP, IHP, BHP and efficiency</li> <li>2 Potential energy, Kinetic Energy and related problems with assignment</li> </ol>                                                                                                                                                                                                                                                                      | <b>2</b>    |
| <b>VI</b>  | <b>Heat &amp; Temperature and Pressure</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1 Concept of heat and temperature, effects of heat, difference between heat and temperature, boiling point &amp; melting point of different metals and non-metals</li> </ol>                                                                                                                                                                                                                           | <b>5</b>    |

| S.No.       | Title                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Time in Hrs |
|-------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
|             | 2 Scales of temperature, Celsius, Fahrenheit, Kelvin and Conversion between scales of temperature<br>3 Temperature measuring instruments, types of thermometer, pyrometer and transmission of heat - Conduction, convection and radiation                                                                               |             |
| <b>VII</b>  | <b>Mensuration</b><br>1 Area and perimeter of square, rectangle and parallelogram<br>2 Area and perimeter of triangles<br>3 Area and perimeter of Circle, Semi-circle, circular ring, sector of circle, hexagon and ellipse<br>4 Surface area and Volume of solids - cube, cuboid, cylinder, sphere and hollow cylinder | <b>5</b>    |
| <b>VIII</b> | <b>Trigonometry</b><br>1 Measurement of angles<br>2 Trigonometrical ratios<br>3 Trigonometrical tables                                                                                                                                                                                                                  | <b>3</b>    |
|             | <b>Total</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | <b>30</b>   |

**इकाई, भिन्न (Unit, Fractions) - इकाई प्रणाली का वर्गीकरण (Classification of unit system)**

**आवश्यकता (Necessity)**

सभी भौतिक राशियों को मूल राशियों के रूप में मापा जाना चाहिए।

**इकाई/मात्रक (Unit)**

एक इकाई को एक प्रकार की मानक या निश्चित मात्रा के रूप में परिभाषित किया जाता है जिसका उपयोग उसी प्रकार की अन्य राशियों को मापने के लिए किया जाता है।

**वर्गीकरण (Classification)**

मूल मात्रक और व्युत्पन्न मात्रक दो वर्गीकरण हैं।

**मूल मात्रक (Fundamental units)**

लंबाई, द्रव्यमान और समय की मूल राशियों की इकाइयाँ।

**व्युत्पन्न मात्रक (Derived units)**

वे मात्रक जो मूल मात्रकों से व्युत्पन्न होती हैं और मूल मात्रक के साथ निरंतर संबंध रखती हैं। जैसे क्षेत्रफल, आयतन, दबाव, बल आदि।

**मात्रकों की प्रणालियाँ (Systems of units)**

- F.P.S प्रणाली ब्रिटिश प्रणाली है जिसमें लंबाई, द्रव्यमान और समय का मूल मात्रक क्रमशः फुट, पाउंड और सेकंड हैं।
- C.G.S प्रणाली एक मीट्रिक प्रणाली है जिसमें लंबाई, द्रव्यमान और समय का मूल मात्रक क्रमशः सेंटीमीटर, ग्राम और सेकंड हैं।
- M.K.S प्रणाली एक अन्य मीट्रिक प्रणाली है जिसमें लंबाई, द्रव्यमान और समय का मूल मात्रक क्रमशः मीटर, किलोग्राम और सेकंड हैं।
- S.I. मात्रकों को सिस्टम इंटरनेशनल इकाइयों के रूप में जाना जाता है जो फिर से मीट्रिक और मूल मात्रकों की है, उनके नाम और प्रतीक इस प्रकार हैं।

मात्रक के दो वर्गीकरण हैं - मूल मात्रक और व्युत्पन्न मात्रक

लंबाई, द्रव्यमान और समय सभी प्रणालियों (यानी) F.P.S, C.G.S, M.K.S और S.I. प्रणालियों में मूल मात्रक हैं।

उदाहरण

**लम्बाई (Length):** रोल में तांबे के तार की लंबाई क्या है, यदि तांबे के तार के रोल का वजन 8 किलो है, तार का व्यास 0.9 सेमी है और घनत्व 8.9 gm/cm<sup>3</sup> है?

**हल (Solution)**

रोल में तांबे के तार का द्रव्यमान = 8 kg (या) 8000 ग्राम

रोल में तांबे के तार का व्यास = 0.9 cm

तांबे के तार का घनत्व = 8.9 gm/cm<sup>3</sup>

तांबे के तार के अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल

$$= \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \times (0.9^2)}{4} = 0.636 \text{ cm}^2$$

तांबे के तार का आयतन

$$= \frac{\text{Mass of copper wire}}{\text{Density of copper wire}} = \frac{8000 \text{ grams}}{8.9 \text{ gm/cm}^3} = 898.88 \text{ cm}^3$$

तांबे के तार की लंबाई

$$= \frac{\text{Volume of copper wire}}{\text{Area of cross section of copper wire}} = \frac{898.88 \text{ cm}^3}{0.636 \text{ cm}^2} = 1413.33 \text{ cm}$$

**समय (Time):** समय की S.I मात्रक, दूसरी, S.I. की एक और आधार मात्रक है, इसे कैल्शियम परमाणु से विकिरण के कई चक्रों द्वारा व्याप्त समय अंतराल के रूप में परिभाषित किया गया है। दूसरी ब्रिटिश और U.S. प्रणाली की मात्रकों में S.I. में समान मात्रा है।

**F.P.S, C.G.S, M.K.S और S.I. की मौलिक इकाइयाँ (Fundamental units of F.P.S, C.G.S, M.K.S and S.I.)**

| क्र.सं | मूल राशियाँ    | ब्रिटिश इकाइयाँ |        | मीट्रिक इकाइयाँ |        |            |        | इंटरनेशनल इकाइयाँ |        |
|--------|----------------|-----------------|--------|-----------------|--------|------------|--------|-------------------|--------|
|        |                | F.P.S           | Symbol | C.G.S           | Symbol | M.K.S      | Symbol | S.I Units         | Symbol |
| 1      | लंबाई          | फुट             | ft     | सेंटीमीटर       | cm     | मीटर       | m      | मीटर              | m      |
| 2      | द्रव्यमान      | पाउंड           | lb     | ग्राम           | g      | किलोग्राम  | kg     | किलोग्राम         | Kg     |
| 3      | समय            | सेकंड           | s      | सेकंड           | s      | सेकंड      | s      | सेकंड             | s      |
| 4      | विद्युत धारा   | एम्पियर         | A      | एम्पियर         | A      | एम्पियर    | A      | एम्पियर           | A      |
| 5      | तापमान         | फ़ारेनहाइट      | °F     | सेंटीग्रेड      | °C     | सेंटीग्रेड | °C     | केल्विन           | K      |
| 6      | ज्योति तीव्रता | कैण्डेला        | Cd     | कैण्डेला        | Cd     | कैण्डेला   | Cd     | कैण्डेला          | Cd     |

## इकाई, भिन्न (Unit, Fractions) - मूल और व्युत्पन्न मात्रक F.P.S, C.G.S, M.K.S और SI मात्रक ( Fundamental and Derived units F.P.S, C.G.S, M.K.S and SI units)

### F.P.S, C.G.S, M.K.S और SI प्रणाली की व्युत्पन्न इकाइयाँ

| क्र.सं. | भौतिक मात्रा | ब्रिटिश इकाइयाँ      |                    | मीट्रिक इकाइयाँ             |                     |                           |                    | अंतर्राष्ट्रीय इकाइयाँ  |                          |
|---------|--------------|----------------------|--------------------|-----------------------------|---------------------|---------------------------|--------------------|-------------------------|--------------------------|
|         |              | FPS                  | प्रतीक             | CGS                         | प्रतीक              | MKS                       | प्रतीक             | SI Units                | प्रतीक                   |
| 1       | क्षेत्रफल    | वर्ग फुट             | ft <sup>2</sup>    | वर्ग सेंटीमीटर              | cm <sup>2</sup>     | वर्ग मीटर                 | m <sup>2</sup>     | वर्ग मीटर               | m <sup>2</sup>           |
| 2       | आयतन         | घन फुट               | ft <sup>3</sup>    | घन सेंटीमीटर                | cm <sup>3</sup>     | घन मीटर                   | m <sup>3</sup>     | घन मीटर                 | m <sup>3</sup>           |
| 3       | घनत्व        | पाउंड प्रति घन फुट   | lb/ft <sup>3</sup> | ग्राम प्रति घन सेंटीमीटर    | g/cm <sup>3</sup>   | किलोग्राम प्रति घन मीटर   | kg/m <sup>3</sup>  | किलोग्राम प्रति घन मीटर | kg/m <sup>3</sup>        |
| 4       | गति          | फुट प्रति सेकंड      | ft/s               | सेंटीमीटर प्रति सेकंड       | cm/sec              | मीटर प्रति सेकंड          | m/sec              | मीटर प्रति सेकंड        | m/sec                    |
| 5       | वेग (रेखीय)  | फुट प्रति सेकंड      | ft/s               | सेंटीमीटर प्रति सेकंड       | cm/sec              | मीटर प्रति सेकंड          | m/sec              | मीटर प्रति सेकंड        | m/sec                    |
| 6       | त्वरण        | फुट प्रति वर्ग सेकंड | ft/s <sup>2</sup>  | सेंटीमीटर प्रति घन सेकंड    | cm/sec <sup>2</sup> | मीटर प्रति वर्ग सेकंड     | m/sec <sup>2</sup> | मीटर प्रति वर्ग सेकंड   | m/sec <sup>2</sup>       |
| 7       | मन्दन        | फुट प्रति वर्ग सेकंड | ft/s <sup>2</sup>  | सेंटीमीटर प्रति वर्ग सेकंड  | cm/sec <sup>2</sup> | मीटर प्रति वर्ग सेकंड     | m/sec <sup>2</sup> | मीटर प्रति वर्ग सेकंड   | m/sec <sup>2</sup>       |
| 8       | कोणीय वेग    | डिग्री प्रति सेकंड   | Deg/sec            | रेडियन प्रति सेकंड          | rad/sec             | रेडियन प्रति सेकंड        | rad/sec            | रेडियन प्रति सेकंड      | rad/sec                  |
| 9       | द्रव्यमान    | पाउंड (स्लग)         | lb                 | ग्राम                       | g                   | किलोग्राम                 | kg                 | किलोग्राम               | kg                       |
| 10      | भार          | पाउंड                | lb                 | ग्राम                       | g                   | किलोग्राम भार             | kg                 | न्यूटन                  | N                        |
| 11      | बल           | पाउंड                | lbf                | डायन                        | dyn                 | किलोग्राम भार             | kgf                | न्यूटन                  | N(kgm/sec <sup>2</sup> ) |
| 12      | पावर         | फुट प्रति वर्ग सेकंड | ft.lb/sec          | ग्राम.सेंटीमीटर प्रति सेकंड | g.cm/sec            | किलोग्राम मीटर प्रति से.  | kg.m/sec           | -                       | -                        |
|         | अश्वशक्ति    |                      | hp                 | एर्ग प्रति सेकंड            |                     | वाट                       | W                  | वाट                     | W(J/sec)                 |
| 13      | दबाव, तनाव   | पाउंड प्रति वर्ग इंच | lb/in <sup>2</sup> | ग्राम प्रति वर्ग सेंटीमीटर  | g/cm <sup>2</sup>   | किलोग्राम प्रति वर्ग मीटर | kg/m <sup>2</sup>  | न्यूटन प्रति वर्ग मीटर  | N/m <sup>2</sup>         |
| 14      | ऊर्जा, कार्य | फुट.पाउंड            | ft.lb              | ग्राम सेंटीमीटर             | g.cm                | किलोग्राम मीटर            | kg.m               | जूल                     | J(Nm)                    |
| 15      | ऊष्मा        | ब्रिटिश थर्मल इकाई   | BTU                | कैलोरी                      | Cal                 | जूल                       | J                  | जूल                     | J(Nm)                    |
| 16      | टॉर्क        | पाउंड बल फुट         | lbf.ft             | न्यूटन मिलीमीटर             | N mm                | किलोग्राम मीटर            | kg.m               | न्यूटन मीटर             | Nm                       |
| 17      | तापमान       | डिग्री फारेनहाइट     | °F                 | डिग्री सेंटीग्रेड           | °C                  | केल्विन                   | K                  | केल्विन                 | K                        |

इकाई, भिन्न (Unit, Fractions) - मापन इकाइयाँ और रूपांतरण (Measurement units and conversion)

इकाइयाँ और एब्बेविएशन्स (Units and abbreviations)

| मात्रा             | प्रतीक                                  | इकाई का संक्षिप्त रूप |
|--------------------|-----------------------------------------|-----------------------|
| कैलोरी मान किलोजूल | किलोजूल प्रति किलोग्राम                 | kJ/kg                 |
| विशिष्ट ईंधन       | किलोग्राम प्रति घंटा प्रति न्यूटन       | kg/hr/N               |
| की खपत             |                                         |                       |
| लंबाई              | मिलीमीटर, मीटर, किलोमीटर                | mm, m, km             |
| द्रव्यमान          | किलोग्राम, ग्राम                        | kg, g                 |
| समय                | सेकंड, मिनट, घंटे                       | s, min, h             |
| चाल                | सेंटीमीटर प्रति सेकंड, मीटर प्रति सेकंड | cm/s, m/s             |
|                    | किलोमीटर प्रति घंटा, मील प्रति घंटा     | km/h, mph             |
| त्वरण              | मीटर-प्रति-वर्ग सेकंड $m/s^2$           | $m/s^2$               |
| बल                 | न्यूटन, किलोन्यूटन                      | N, kN                 |
| गति                | न्यूटन-मीटर                             | Nm                    |
| कार्य              | जूल                                     | J                     |
| पावर               | हॉर्स पावर, वाट, किलोवाट                | Hp, W, kW             |
| दाब                | न्यूटन प्रति वर्ग मीटर                  | $N/m^2$               |
|                    | किलोन्यूटन प्रति वर्ग मीटर              | $kN/m^2$              |
| कोण                | रेडियन                                  | rad                   |
| कोणीय गति          | रेडियन प्रति सेकंड                      | rad/s                 |
|                    | रेडियन-प्रति-वर्ग सेकंड                 | $rad/s^2$             |
|                    | परिक्रमण प्रति मिनट                     | Rpm                   |
|                    | परिक्रमण प्रति सेकंड                    | rev/s                 |

दशमलव गुणज और यूनिट के पार्ट्स (Decimal multiples and parts of unit)

| दशमलव पावर | वैल्यू         | प्रीफिक्सेस | चिन्ह | के लिए               |
|------------|----------------|-------------|-------|----------------------|
| $10^{12}$  | 1000000000000  | tera        | T     | billion times        |
| $10^9$     | 1000000000     | giga        | G     | thousand millintimes |
| $10^6$     | 1000000        | mega        | M     | million times        |
| $10^3$     | 1000           | kilo        | K     | thousand times       |
| $10^2$     | 100            | hecto       | h     | hundred times        |
| $10^1$     | 10             | deca        | da    | ten times            |
| $10^{-1}$  | 0.1            | deci        | d     | tenth                |
| $10^{-2}$  | 0.01           | centi       | c     | hundredth            |
| $10^{-3}$  | 0.001          | milli       | m     | thousandth           |
| $10^{-6}$  | 0.000001       | micro       | $\mu$ | millionth            |
| $10^{-9}$  | 0.000000001    | nano        | n     | thousand millionth   |
| $10^{-12}$ | 0.000000000001 | pico        | p     | billionth            |

**SI इकाइयाँ और ब्रिटिश इकाइयाँ (SI units and the British units):**

| मात्रा           | SI इकाई → ब्रिटिश इकाई                                                                                                | ब्रिटिश इकाई → SI इकाई                                                                             |
|------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| लंबाई            | 1 m = 3.281 ft<br>1 km = 0.621 mile                                                                                   | 1 ft = 0.3048 m<br>1 mile = 1.609 km                                                               |
| चाल              | 1 m/s = 3.281 ft/s<br>1 km/h = 0.621 mph                                                                              | 1 ft/s = 0.305 m/s<br>1 mph = 1.61 km/h                                                            |
| त्वरण            | 1 m/s <sup>2</sup> = 3.281 ft/s <sup>2</sup>                                                                          | 1 ft/s <sup>2</sup> = 0.305 m/s <sup>2</sup>                                                       |
| द्रव्यमान        | 1 kg = 2.205 lb                                                                                                       | 1 lb = 0.454 kg                                                                                    |
| बल               | 1 N = 0.225 lbf<br>1 MN                                                                                               | 1 lbf = 4.448 N<br>1 million newtons                                                               |
| टॉर्क            | 1 Nm = 0.738 lbf ft                                                                                                   | 1 lbf ft = 1.355 Nm                                                                                |
| दाब              | 1 N/m <sup>2</sup> = 0.000145 lbf/in <sup>2</sup><br>1 Pa = 1 N/m <sup>2</sup><br>1 bar = 14.5038 lbf/in <sup>2</sup> | 1 lbf/in <sup>2</sup> = 6.896 kN/m <sup>2</sup><br>1 lbf/in <sup>2</sup> = 6.895 kN/m <sup>2</sup> |
| ऊर्जा, कार्य     | 1 J = 0.738 ft lbf<br>1 J = 0.239 calorie<br>1 kJ = 0.948 BTU<br>(1 therm = 100 000 BTU)<br>1 kJ = 0.526 CHU          | 1 ft lbf = 1.355 J<br>1 calorie = 4.186 J<br>1 BTU = 1.055 kJ<br>1 CHU = 1.9 kJ                    |
| शक्ति            | 1 kW = 1.34 hp                                                                                                        | 1 hp = 0.7457 kW                                                                                   |
| ईंधन की खपत      | 1 km/L = 2.82 mile/gallon                                                                                             | 1 mpg = 0.354 km/L                                                                                 |
| विशिष्ट ईंधन खपत | 1 kg/kWh = 1.65 lb/bhp h<br>1 litre/kWh = 1.575 pt/bhp h                                                              | 1 lb/bhp h = 0.606 kg/kWh<br>1 pt/bhp h = 0.631 litre/kWh                                          |
| कैलोरी मान       | 1 kJ/kg = 0.43 BTU/lb<br>1 kJ/kg = 0.239 CHU/lb                                                                       | 1 BTU/lb = 2.326 kJ/kg<br>1 CHU/lb = 4.188 kJ/kg                                                   |

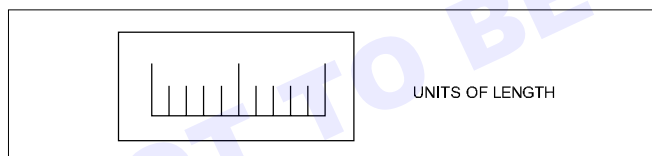
**दशमलव गुणकों और उपगुणकों के लिए उपसर्ग (Prefixes for decimal multiples and submultiples)**

| Use           |             |              |
|---------------|-------------|--------------|
| 1 मेगापास्कल  | = 1 MPa     | = 1000000 Pa |
| 1 किलोवाट     | = 1 kW      | = 1000 W     |
| 1 हेक्टोलीटर  | = 1 hL      | = 100 L      |
| डेकन्यूटन     | = 1 daN     | = 10 N       |
| डेसीमीटर      | = 1 dm      | = 0.1 m      |
| 1 सेंटीमीटर   | = 1 cm      | = 0.01 m     |
| 1 मिलीमीटर    | = 1 mm      | = 0.001 m    |
| 1 माइक्रोमीटर | = 1 $\mu$ m | = 0.000001 m |

**रूपांतरण गुणक (Conversion factors)**

|              |               |
|--------------|---------------|
| 1 इंच        | = 25.4 mm     |
| 1 mm         | = 0.03937 इंच |
| 1 मीटर       | = 39.37 इंच   |
| 1 माइक्रोन   | = 0.00003937" |
| 1 किलोमीटर   | = 0.621 miles |
| 1 पौण्ड      | = 453.6 g     |
| 1 kg         | = 2.205 lbs   |
| 1 मीट्रिक टन | = 0.98 टन     |

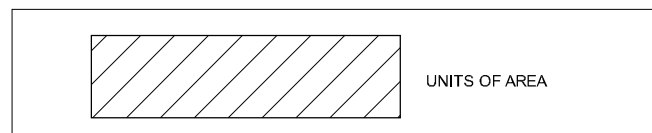
**भौतिक मात्राओं की इकाइयाँ (Units of physical quantities)**



**लंबाई की इकाइयाँ (Units of length)**

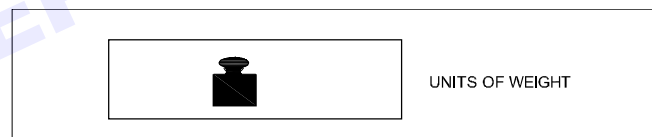
|             |         |              |
|-------------|---------|--------------|
| माइक्रोन    | 1 $\mu$ | = 0.001 mm   |
| मिलीमीटर    | 1 mm    | = 1000 $\mu$ |
| सेंटीमीटर   | 1 cm    | = 10 mm      |
| डेसीमीटर    | 1 dm    | = 10 cm      |
| मीटर        | 1 m     | = 10 dm      |
| किलोमीटर    | 1 km    | = 1000 m     |
| इंच         | 1"      | = 25.4 mm    |
| फुट         | 1'      | = 0.305 m    |
| यार्ड       | 1 Yd    | = 0.914 m    |
| समुद्री मील | 1 NM    | = 1852 m     |
| भौगोलिक मील | 1       | = 1855.4 m   |

**क्षेत्रफल की इकाइयाँ (Units of area)**

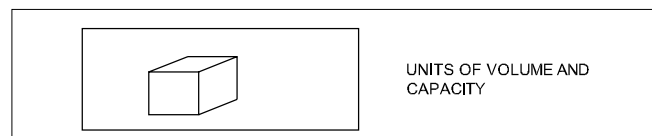


|                        |                   |                             |
|------------------------|-------------------|-----------------------------|
| वर्ग मिलीमीटर          | 1 mm <sup>2</sup> |                             |
| वर्ग सेंटीमीटर         | 1 cm <sup>2</sup> | = 100 mm <sup>2</sup>       |
| वर्ग डेसीमीटर          | 1 dm <sup>2</sup> | = 100 cm <sup>2</sup>       |
| वर्ग मीटर              | 1 m <sup>2</sup>  | = 100 dm <sup>2</sup>       |
| Are                    | 1 a               | = 100 m <sup>2</sup>        |
| हेक्टेयर               | 1 ha              | = 100 a                     |
| वर्ग किलोमीटर          | 1 km <sup>2</sup> | = 100 ha                    |
| वर्ग इंच               | 1 sq.in           | = 6.45 cm <sup>2</sup>      |
| वर्ग फुट               | 1 sq.ft           | = 0.093 m <sup>2</sup>      |
| वर्ग यार्ड             | 1 sq.yd           | = 0.84 m <sup>2</sup>       |
| वर्ग मीटर              | 1 m <sup>2</sup>  | = 10.76 ft <sup>2</sup>     |
| Acre                   | 1                 | = 40.5 a                    |
| 1 Acre = 100 cent      |                   | 1 Hectare = 2.47 acres      |
| 1 Cent = 436 Sq. ft.   |                   | 1 acre = 0.4047 Hectare     |
| 1 Ground = 2400 Sq.ft. |                   | 1 Hectare = 10000 sq. metre |

**भार की इकाइयाँ (Units of weight)**



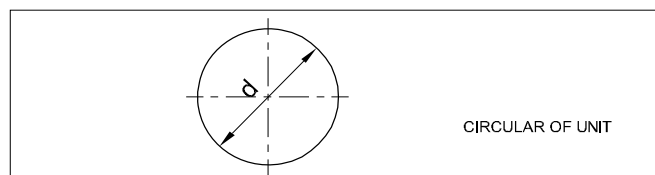
|                |       |             |
|----------------|-------|-------------|
| मिलीग्राम - बल | 1 mgf |             |
| ग्राम-बल       | 1 gf  | = 1000 mgf  |
| किलोग्राम-बल   | 1 kgf | = 1000 gf   |
| टन             | 1 t   | = 1000 kgf  |
| Ounce          | 1     | = 28.35 gf  |
| पौण्ड          | 1 lbs | = 0.454 kgf |
| Long ton       | 1     | = 1016 kgf  |
| Short ton      | 1     | = 907 kgf   |



## आयतन और क्षमता की इकाइयाँ (Units of volume and capacity)

|                  |                      |                          |
|------------------|----------------------|--------------------------|
| Cubic millimetre | 1 mm <sup>3</sup>    |                          |
| Cubic centimetre | 1 cm <sup>3</sup>    | = 1000 mm <sup>3</sup>   |
| Cubic decimetre  | 1 dm <sup>3</sup>    | = 1000 cm <sup>3</sup>   |
| Cubic metre      | 1 m <sup>3</sup>     | = 1000 dm <sup>3</sup>   |
| Litre            | 1 l                  | = 1 dm <sup>3</sup>      |
| Hectolitre       | 1 hl                 | = 100 l                  |
| Cubic inch       | 1 cu. in             | = 16.387 cm <sup>3</sup> |
| Cubic foot       | 1 cu. ft             | = 28317 cm <sup>3</sup>  |
| Gallon (British) | 1 gal                | = 4.54 l                 |
| 1 cubic metre    | 1 m <sup>3</sup>     | = 1000 litres            |
| 1000 Cu.cm       | 1000 cm <sup>3</sup> | = 1 litre                |
| 1 cubic foot     | 1 ft <sup>3</sup>    | = 6.25 Gallon            |
| 1 litre          | 1lt                  | = 0.22 Gallon            |

## वृत्ताकार इकाई (Circular unit)



## रेडियन (Radian)

|                                |                            |
|--------------------------------|----------------------------|
| रेडियन और डिग्री के बीच सम्बंध |                            |
| 1 रेडियन                       | = $\frac{180^\circ}{\pi}$  |
| 180                            | = $\pi$ रेडियन;            |
| 1 डिग्री                       | = $\frac{\pi}{180}$ रेडियन |

## कार्य (Work)

|                  |                      |                               |      |
|------------------|----------------------|-------------------------------|------|
|                  |                      |                               | WORK |
| किलोग्राम-बल     | 1 kgfm               | = 9.80665 J                   |      |
| मीटर             | 1 kgfm               | = 9.80665 Ws                  |      |
| जूल              | 1 J                  | = 1 Nm                        |      |
| वाट-सेकेण्ड      | 1 Ws                 | = 0.102 kgfm                  |      |
| किलोवाट घण्टा    | 1 kWh                | = 3.6 x 10 <sup>6</sup> J     |      |
|                  |                      | = 859.8456 kcal <sub>IT</sub> |      |
| I.T. किलो कैलोरी | 1 kcal <sub>IT</sub> | = 426 kgfm                    |      |

## शक्ति (Power)

|  |  |  |       |
|--|--|--|-------|
|  |  |  | POWER |
|--|--|--|-------|

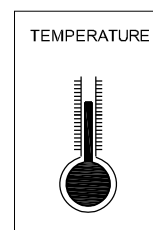
|                                 |                                    |
|---------------------------------|------------------------------------|
| किलोग्राम-बल मीटर प्रति सेकेण्ड |                                    |
| 1 kgfm/s                        | = 9.80665 W                        |
| किलोवाट                         | 1 kW = 1000 W = 1000 J/s           |
|                                 | = 102 kgfm/s (approx.)             |
| मीट्रिक हॉर्स पावर              | 1 HP = 75 kgfm/s                   |
|                                 | = 0.736 kW                         |
| 1 कैलोरी                        | = 4.187 J                          |
| I.T. किलोकैलोरी प्रति घण्टा     | = 1 kcal <sub>IT/h</sub> = 1.163 W |

## दाब (Pressure)

|                |                             |                         |                       |                                          |
|----------------|-----------------------------|-------------------------|-----------------------|------------------------------------------|
| पास्कल         | 1 Pa                        | = 1 N/m <sup>2</sup>    | 1 atm                 | = 101325 Pa                              |
| बार            | 1 bar = 10N/cm <sup>2</sup> | = 100000 Pa-Torr        | 1 torr                | = $\frac{101325}{760} \approx 133.32$ pa |
| वायुमंडलीय दाब | 1 atm                       | = 1 kgf/cm <sup>2</sup> | 1 kgf/cm <sup>2</sup> | = 735.6 mm of mercury                    |

## तापमान (TEMPERATURE)

| पैमाना          | हिमांक बिंदु | कथनांक |
|-----------------|--------------|--------|
| सेंटीग्रेड (°C) | 0°C          | 100°C  |
| फ़ारेनहाइट (°F) | 32°F         | 212°F  |
| केल्विन (K)     | 273K         | 373K   |
| रोमर (°R)       | 0°R          | 80°R   |



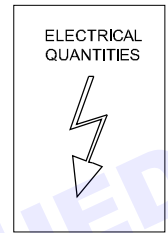
$$\frac{^\circ R}{80} = \frac{^\circ C}{100} = \frac{K - 273}{100} = \frac{^\circ F - 32}{180}$$

## बल (FORCE)

|    |                                  |                                                        |
|----|----------------------------------|--------------------------------------------------------|
| बल | C.G.S. प्रणाली में : बल (डाइन)   | = द्रव्यमान (gm) त्वरण (cm/sec <sup>2</sup> )          |
|    | F.P.S. प्रणाली में : बल (पॉउण्ड) | = द्रव्यमान (lb) X त्वरण (ft./sec <sup>2</sup> )       |
|    | M.K.S. प्रणाली में : बल (न्यूटन) | = द्रव्यमान (Kg) x त्वरण (mtr./sec <sup>2</sup> )      |
|    | 1 डाइन                           | = 1 gm x 1 cm/sec <sup>2</sup>                         |
|    | 1 पॉउण्ड                         | = 1 lb x 1 ft/sec <sup>2</sup>                         |
|    | 1 न्यूटन                         | = 1 kg x 1 mtr/sec <sup>2</sup> = 10 <sup>5</sup> डाइन |
|    | 1 ग्राम भार                      | = 981 डाइन                                             |
|    | 1 lb भार                         | = 32 पॉउण्ड                                            |
|    | 1 kg भार                         | = 9.81 न्यूटन                                          |

## विद्युत राशियाँ (ELECTRICAL QUANTITIES)

|   |                       |               |         |                |
|---|-----------------------|---------------|---------|----------------|
| V | विद्युत क्षमता        | V             | वोल्ट   | V(W/A)         |
| E | विद्युतवाहक बल        | V             | वोल्ट   | V(W/A)         |
| I | विद्युत धारा          | A             | एम्पीयर | A              |
| R | विद्युत प्रतिरोध      | $\Omega$      | ओम      | $\Omega$ (V/A) |
| e | विशिष्ट प्रतिरोध      | $\Omega$ m    | ओम मीटर | Vm/A           |
| G | प्रवाहकत्व (कंडक्टैस) | $\Omega^{-1}$ | सीमेंस  | S              |



### असाइनमेंट (Assignment) - निम्नलिखित प्रश्न का उत्तर दें। (Answer the following question.)

- 320 किलोमीटर को मील में बदलें \_\_\_\_\_
- 16 टन को किलोग्राम में बदलें \_\_\_\_\_
- 40 इंच को सेंटीमीटर में बदलें \_\_\_\_\_
- 8 मीटर को फुट में बदलें \_\_\_\_\_
- 2.5 गैलन को लीटर में बदलें \_\_\_\_\_
- 5 लीटर को गैलन में बदलें \_\_\_\_\_
- 120°C = \_\_\_\_\_ °F.
- निम्नलिखित के संक्षिप्ताक्षरों को विस्तृत कीजिए
  - N/m<sup>2</sup>
  - RPM
- आवश्यकतानुसार निम्नलिखित एस.आई. इकाइयों को परिवर्तित करें।
  - लंबाई (Length)
    - 3.4 m = \_\_\_\_\_ mm
    - 10.2 km = \_\_\_\_\_ mile
  - द्रव्यमान (Mass)
    - 650 g = \_\_\_\_\_ kg
    - 120 mg = \_\_\_\_\_ g
  - बल (Force)
    - 1.2 N = \_\_\_\_\_ kg
    - 25 kg = \_\_\_\_\_ N
  - कार्य, ऊर्जा, ऊष्मा की मात्रा (Work, energy, amount of heat)
    - 120 KJ = \_\_\_\_\_ J
    - 300 wh = \_\_\_\_\_ kwh
  - शक्ति (Power)
    - 0.2 kW = \_\_\_\_\_ W
    - 350 W = \_\_\_\_\_ kW
  - आवश्यकतानुसार रूपांतरित करें (Convert as required.)
    - 5 N = \_\_\_\_\_ KN

इकाई, भिन्न (Unit, Fractions) - गुणनखंड, HCF, LCM और समस्याएँ (Factors, HCF, LCM and problems)

**अभाज्य संख्याएँ और पूर्ण संख्याएँ (Prime Numbers and whole Numbers)**

**गुणनखंड (Factor)**

गुणनखंड एक छोटी संख्या होती है जो बिल्कुल बड़ी संख्या में विभाजित होती है, जैसे

24, 72, 100 संख्याओं के गुणनखंड ज्ञात करना

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

संख्या 2,3,5 को गुणनखंड कहा जाता है।

**अभाज्य गुणनखंड की परिभाषा (Definition of a prime factor)**

अभाज्य गुणनखंड वह संख्या है जो अभाज्य संख्या को गुणनखंडों में विभाजित करती है। जैसे

$$57 = 3 \times 19$$

संख्याएँ 3 और 19 अभाज्य गुणनखंड हैं।

उन्हें इस प्रकार कहा जाता है, क्योंकि 3 और 19 भी अभाज्य संख्या श्रेणी से संबंधित हैं।

**H.C.F की परिभाषा (Definition of H.C.F)**

महत्तम समापवर्त्य (Highest Common Factor)

किसी दिए गए संख्याओं के समूह का H.C.F उच्चतम संख्या है जो उस समूह की सभी संख्याओं को पूर्णतः विभाजित कर देगी, उदाहरणार्थ

संख्या 24, 72, 100 का H.C.F ज्ञात करना

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

वह तीनों संख्याओं में उभयनिष्ठ गुणनखंड हैं

$$2 \times 2 = 4 \text{ तो HCF} = 4$$

**L.C.M की परिभाषा (Definition of L.C.M)**

लघुत्तम समापवर्त्य (Lowest common multiple)

संख्याओं के समूह का लघुत्तम समापवर्त्य वह सबसे छोटी संख्या है जिसमें दिए गए समूह की प्रत्येक संख्या बिना किसी शेषफल के समाहित होगी। जैसे

- निम्नलिखित संख्याओं का गुणनखंड करें

$$7, 17, 20, 66, 128$$

7, 17 - ये दोनों अभाज्य संख्याओं से संबंधित हैं। अतः एक से और स्वयं के अलावा कोई और गुणनखंड नहीं है।

$$\begin{array}{r|l} 2 & 20 \\ 2 & 10 \\ & 5 \end{array}$$

20 का गुणनखंड =  $2 \times 2 \times 5$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 66 \\ 3 & 33 \\ & 11 \end{array}$$

66 का गुणनखंड =  $2 \times 3 \times 11$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 128 \\ 2 & 64 \\ 2 & 32 \\ 2 & 16 \\ 2 & 8 \\ 2 & 4 \\ & 2 \end{array}$$

28 का गुणनखंड =  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

- 3 से 29 तक अभाज्य संख्याओं का चयन करें

$$3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29$$

- निम्नलिखित संख्याओं के समूह 78, 128, 196 का HCF ज्ञात कीजिए

$$\begin{array}{r|l} 2 & 78 \\ 3 & 39 \\ & 13 \end{array}$$

$$78 = 2 \times 3 \times 13$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 128 \\ 2 & 64 \\ 2 & 32 \\ 2 & 16 \\ 2 & 8 \\ 2 & 4 \\ & 2 \end{array}$$

128 =  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 196 \\ 2 & 98 \\ & 49 \end{array}$$

196 =  $2 \times 2 \times 49$

HCF = 2

- 84, 92, 76 का LCM ज्ञात करें

$$\begin{array}{r|l} \text{LCM} = 2 & 84, 92, 76 \\ & 42, 46, 38 \\ 3 & 21, 23, 19 \\ & 7, 23, 19 \end{array}$$

$$\text{LCM} = 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 23 \times 19 = 36708$$

- 36, 108, 60 का LCM ज्ञात करने के लिए,

$$\begin{array}{r|l} 2 & 36, 108, 60 \\ 2 & 18, 54, 30 \\ 3 & 9, 27, 15 \\ 3 & 3, 9, 5 \\ & 1, 3, 5 \end{array}$$

संख्या का LCM

$$36, 108, 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 = 540$$

भिन्नों को घटाने और जोड़ने में LCM और HCF खोजने की आवश्यकता उत्पन्न होती है।

## इकाई, भिन्न (Unit, Fractions) - भिन्न - जोड़, घटाना, गुणा (Addition, subtraction, multiplication & division)

### विवरण (Description)

एक न्यूनतम मात्रा जो पूर्ण संख्या नहीं है। उदाहरण के लिए  $\frac{1}{5}$   
वर्तुल भिन्न में अंश और हर होते हैं।

### अंश/हर (Numerator/Denominator)

अष्टि भिन्न में रेखा के ऊपर की संख्या यह दर्शाती है कि हर द्वारा दर्शाए गए भागों में से कितने को लिया गया है। भागों की कुल संख्या जिसमें पूरी मात्रा को विभाजित किया जाता है और रेखा के नीचे अष्टि भिन्न में लिखा जाता है, वह हर है। जैसे

$$\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{7}{12}$$

1, 3, 7 - अंश

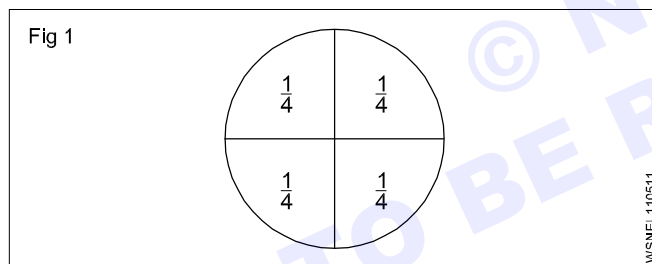
4, 12 - हर

### भिन्न: संकल्पना (Fraction: Concept)

प्रत्येक संख्या को भिन्न के रूप में दर्शाया जा सकता है। जैसे

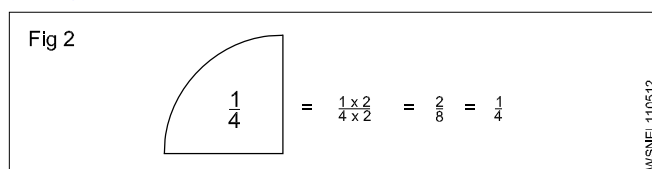
$$1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}, \text{ एक पूर्ण संख्या को एक स्पष्ट भिन्न के रूप में दर्शाया जा सकता है। जैसे (Fig 1)}$$

है। जैसे (Fig 1)



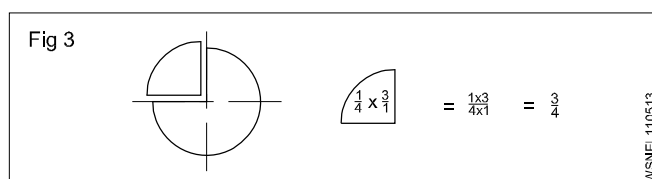
### भिन्न: मान (Fraction: Value)

यदि भिन्न के अंश और हर को एक ही संख्या से गुणा या विभाजित किया जाए तो भिन्न का मान समान रहता है। (Fig 2)



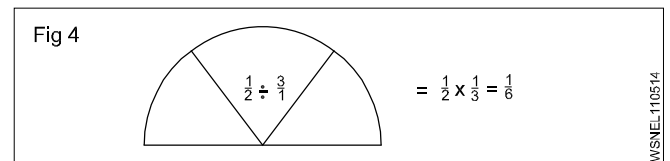
### गुणा (Multiplication)

जब भिन्नों को गुणा करना हो, तो उत्पाद का अंश प्राप्त करने के लिए सभी अंशों को गुणा करें और उत्पाद का हर बनाने के लिए सभी हरों को गुणा करें। (Fig 3)



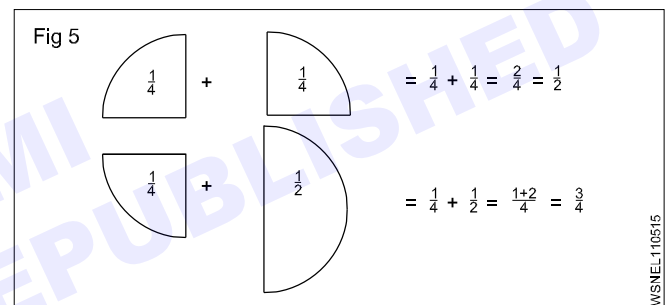
### भाग (Division)

जब एक भिन्न को दूसरे भिन्न से विभाजित किया जाता है तो अंश भाजक के व्युत्क्रम से गुणा हो जाता है। (Fig 4)



### जोड़ना और घटाना (Addition and Subtraction)

भिन्नों को जोड़ते या घटाते समय भिन्नों के हर समान होने चाहिए। सबसे पहले असमान हरों को एक उभयनिष्ठ हर में बनाना होगा। यह सबसे कम उभयनिष्ठ हर है और यह प्रश्न में भिन्नों के हर के लघुत्तम समापवर्त्य के उत्पाद के बराबर है। (Fig 5)



### उदाहरण (Examples)

• Multiply  $\frac{3}{4}$  by  $\frac{2}{3}$ ,

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

• Divide  $\frac{3}{8}$  by  $\frac{3}{4}$ ,

$$\frac{3}{8} \div \frac{3}{4} = \frac{3}{8} \times \frac{4}{3} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

• Add  $\frac{3}{4}$  and  $\frac{2}{3}$ ,

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{3} = \frac{9}{12} + \frac{8}{12} = \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}$$

• sub  $\frac{7}{16}$  from  $\frac{17}{32}$

$$\frac{17}{32} - \frac{7}{16} = \frac{17}{32} - \frac{14}{32} = \frac{(17-14)}{32} = \frac{3}{32}$$

## भिन्नों के प्रकार (Types of fractions)

- उचित भिन्न, एकता से कम होते हैं। अनुचित भिन्नों के अंश हर से बड़े होते हैं।
- मिश्रित संख्या में एक पूर्ण संख्या और एक भिन्न होता है।

## भिन्न का जोड़ (Addition of fraction)

$$\text{Add } \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{5}{12}$$

इन भिन्नों को जोड़ने के लिए हमें हर 2,8,12 का L.C.M निकालना होगा

2,8,12 का L.C.M ज्ञात कीजिए

स्टेप 1 L.C.M

|   |        |
|---|--------|
| 2 | 2,8,12 |
| 2 | 1,4,6  |
|   | 1,2,3  |

गुणनखंड 2,2,2,3 हैं

इसलिए L.C.M =  $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

स्टेप 2

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{5}{12} &= \frac{12}{24} + \frac{3}{24} + \frac{10}{24} \\ &= \frac{12+3+10}{24} = \frac{25}{24} = 1\frac{1}{24} \end{aligned}$$

## भिन्न का घटाव (Subtraction of fraction)

$$\text{subtract } 9\frac{15}{32} \text{ from } 17\frac{9}{16} \text{ or } (17\frac{9}{16} - 9\frac{15}{32})$$

स्टेप 1: पहले पूर्ण संख्या घटाएँ  $17 - 9 = 8$

स्टेप 2: 16,32 का L.C.M = 32

चूँकि संख्या 16, संख्या 32 को विभाजित करती है

$$\text{भिन्नों को घटाना} = \frac{3}{32}$$

स्टेप 1 से पूर्ण संख्या के साथ जोड़ना

$$\text{we get } 8 + \frac{3}{32} = 8\frac{3}{32}$$

## उभयनिष्ठ भिन्न (Common fractions)

प्लस और माइनस चिह्न के साथ समस्याएँ

उदाहरण (Example)

$$\text{solve } 3\frac{3}{4} + 6\frac{7}{8} - 4\frac{5}{16} - \frac{9}{32}$$

इन नियमों का पालन किया जाना चाहिए

- सभी पूर्ण संख्याएँ जोड़ें
- सभी संख्याएँ जोड़ें
- सभी संख्याएँ घटाएं
- सभी हरों का L.C.M ज्ञात कीजिए

हल (Solution)

स्टेप 1: पूर्ण संख्याएँ जोड़ें  $= 3 + 6 - 4 = 5$

$$\text{स्टेप 2: भिन्न जोड़ें} = \frac{3}{4} + \frac{7}{8} - \frac{5}{16} - \frac{9}{32}$$

4,8,16,32 का L.C.M 32 है

$$\begin{aligned} &\frac{24+28-10-9}{32} \\ &= \frac{52-19}{32} \\ &= \frac{33}{32} = 1\frac{1}{32} \end{aligned}$$

स्टेप 3: पूर्ण संख्या के साथ पुनः जोड़ें

$$\text{हम पाते हैं } 5 + 1\frac{1}{32} = 6\frac{3}{32}$$

## उदाहरण (Examples)

### उभयनिष्ठ भिन्न (Common fractions)

- गुणा करना (Multiply)

$$\text{a } \frac{3}{8} \text{ by } \frac{4}{7} = \frac{3}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{3}{14}$$

$$\text{b } \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{16}$$

- भाग देना (Division)

$$\text{a } \frac{5}{16} \div \frac{5}{32} = \frac{5}{16} \times \frac{32}{5} = 2$$

$$\text{b } 4\frac{2}{3} \div 3\frac{1}{7} = \frac{14}{3} \div \frac{22}{7} = \frac{14}{3} \times \frac{7}{22} = \frac{49}{33} = 1\frac{16}{33}$$

- जोड़ना (Addition)

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

$$\text{L.C.M} = 2,4,8 = 8$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{4+2+1}{8} = \frac{7}{8}$$

- घटाना (Subtraction)

$$5\frac{1}{4} - 3\frac{3}{4} = 5 - 3 + \frac{1}{4} - \frac{3}{4}$$

$$= 2 + \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = 2\frac{1}{4} - \frac{3}{4}$$

$$= \frac{9}{4} - \frac{3}{4} = \frac{9-3}{4}$$

$$= \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

## असाइनमेंट (Assignment)

1 निम्नलिखित को अनुचित भिन्न में बदलिए।

a  $1\frac{2}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$

b  $4\frac{3}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$

c  $3\frac{3}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$

2 निम्नलिखित को मिश्रित संख्याओं में परिवर्तित करें।

a  $\frac{12}{11} = \underline{\hspace{2cm}}$

b  $\frac{36}{14} = \underline{\hspace{2cm}}$

c  $\frac{18}{10} = \underline{\hspace{2cm}}$

3 लुप्त संख्याएँ भरें।

a  $\frac{11}{13} = \frac{x}{91} \underline{\hspace{2cm}}$

b  $\frac{3}{5} = \frac{42}{x} \underline{\hspace{2cm}}$

c  $\frac{9}{14} = \frac{x}{98} \underline{\hspace{2cm}}$

4 सरल करें (Simplify)

a  $\frac{45}{60} = \underline{\hspace{2cm}}$

b  $\frac{8}{12} = \underline{\hspace{2cm}}$

5 गुणा करें (Multiply)

a  $\frac{45}{60} = \underline{\hspace{2cm}}$

b  $\frac{8}{12} = \underline{\hspace{2cm}}$

6 भाग दें (Divide)

a  $\frac{1}{4} \div \frac{3}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$

b  $6 \div \frac{3}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$

c  $\frac{3}{4} \div \frac{2}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$

7 लुप्त संख्याएँ भरें।

a  $\frac{2}{3} = \frac{1}{12} \times \underline{\hspace{2cm}}$

b  $\frac{14}{24} = \frac{1}{12} \times \underline{\hspace{2cm}}$

c  $\frac{7}{8} = \frac{1}{12} \times \underline{\hspace{2cm}}$

8 निम्नलिखित को जोड़ें:

a  $\frac{3}{4} + \frac{7}{12} = \underline{\hspace{2cm}}$

b  $\frac{7}{8} + \frac{3}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$

9 घटाएँ (Subtract)

a  $\frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$

b  $\frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$

10 सरल करें (Simplify)

a  $2\frac{6}{7} - \frac{3}{8} - \frac{1}{3} - 1\frac{1}{16} = \underline{\hspace{2cm}}$

b  $2\frac{2}{7} - \frac{5}{6} + 8 = \underline{\hspace{2cm}}$

11 विषम भिन्न के रूप में व्यक्त करें

a  $5\frac{3}{4}$

b  $3\frac{5}{64}$

c  $1\frac{5}{12}$

**इकाई, भिन्न (Unit, Fractions) - दशमलव भिन्न - जोड़, घटाव, गुणा और भाग (Decimal fractions - Addition, subtraction, multiplication & division)**

**विवरण (Description)**

दशमलव भिन्न वह भिन्न होती है जिसका हर 10 या 10 की घात या 10 के गुणज (अर्थात्) 10, 100, 1000, 10000 आदि होता है। दशमलव संख्या का अर्थ:-

12.3256 का मतलब है

$$(1 \times 10) + (2 \times 1) + \frac{3}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000} + \frac{6}{10000}$$

**प्रतिनिधित्व (Representation)**

हर को हटा दिया जाता है एक दशमलव बिंदु को हर के परिमाण के अनुरूप संख्या के विभिन्न स्थानों पर रखा जाता है

$$\text{Ex. } \frac{5}{10} = 0.5, \frac{35}{100} = 0.35, \frac{127}{1000} = 0.127, \frac{3648}{1000} = 3.648$$

**जोड़ना और घटाना (Addition and subtraction)**

दशमलव भिन्नों को ऊर्ध्वाधर क्रम में व्यवस्थित करें, जोड़े या घटाए जाने वाले प्रत्येक भिन्न के दशमलव बिंदु को एक के बाद एक क्रम में रखें, ताकि सभी दशमलव बिंदु एक सीधी रेखा में व्यवस्थित हों। जोड़ें या घटाएँ जैसे आप किसी पूर्ण संख्या के लिए करते हैं और दशमलव बिंदु को दशमलव बिंदुओं के कॉलम के नीचे उत्तर में रखें।

1 से कम दशमलव भिन्नों को दशमलव बिंदु से पहले शून्य लगाकर लिखा जाता है। उदाहरण:  $45/100 = 0.45$  (और केवल .45 नहीं)

0.375 + 3.686 जोड़ें

$$\begin{array}{r} 0.375 \\ 3.686 \\ \hline 4.061 \end{array}$$

22.61 में से 18.72 घटाएँ

$$\begin{array}{r} 22.61 \\ 18.72 \\ \hline 3.89 \end{array}$$

**गुना करें (Multiplication)**

दशमलव बिंदुओं को अनदेखा करें और पूर्ण संख्याओं के रूप में गुणा करें। दशमलव बिंदु के दाईं ओर अंकों की कुल संख्या ज्ञात करें। उत्तर में दशमलव बिंदु इस प्रकार डालें कि दशमलव बिंदु के दाईं ओर के अंकों की संख्या समस्या में दशमलव बिंदु के दाईं ओर पाए गए अंकों के योग के बराबर हो।

2.5 को 1.25 से गुणा करें

$$= 25 \times 125 = 3125 \text{ दशमलव बिंदु के दाईं ओर के अंकों का योग 3 है। इसलिए उत्तर 3.125 है।}$$

**भाग दें (Division)**

इसे पूर्ण संख्या बनाने के लिए भाजक के दशमलव बिंदु को दाईं ओर ले जाएँ। यदि आवश्यक हो तो शून्य जोड़कर, भाज्य में दशमलव बिंदु को समान स्थानों पर ले जाएँ। फिर भाग दें..

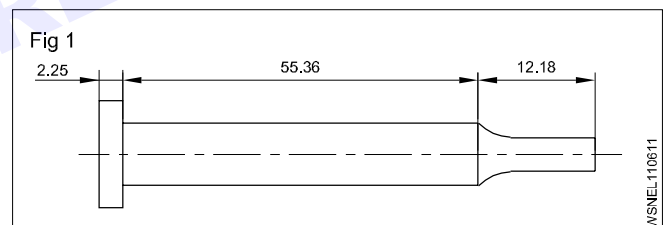
0.75 को 0.25 से भाग दें

$$\begin{array}{r} 0.25 \overline{)0.75} \\ \underline{0.75} \times \frac{100}{100} = \frac{75}{25} \\ 25 \overline{)75} = 3 \end{array}$$

यदि गुणक 10 है तो गुणक में दशमलव बिंदु को दाईं ओर एक स्थान पर ले जाएँ, और यदि गुणक 100 है तो दो स्थानों पर ले जाएँ, इत्यादि। 10 से भाग करते समय दशमलव बिंदु को एक स्थान बायीं ओर ले जाएँ, और यदि यह 100 से है, तो उन्हें दो स्थानों तक ले जाएँ, इत्यादि।

**उदाहरण (Example)**

प्रत्येक पिन को काटने के लिए 3 mm की छूट, 900 mm लंबी पट्टी से कितने पिन बनाए जा सकते हैं और कितनी सामग्री बचेगी?



$$\begin{aligned} \text{पिन की कुल लंबाई} &= 2.25 + 55.36 + 12.18 \\ &= 69.79 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\text{कटिंग अलाउंस} = 3 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} \text{कुल लम्बाई} &= \text{पिन की लंबाई} + \text{कटिंग अलाउंस} \\ &= 69.79 \text{ mm} + 3 \text{ mm} \\ &= 72.79 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\text{बार की लम्बाई} = 900 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} \text{काटे जाने वाले पिनों की संख्या} &= \frac{900}{72.79} = 12.394 \\ &= 12 \text{ पिन} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{बची हुई सामग्री} &= \text{कुल लम्बाई} - \text{पिन की लंबाई} + \\ &\quad \text{कटिंग अलाउंस} \end{aligned}$$

$$= 900 - 12 \times 69.79 + 12 \times 3$$

$$= 900 - 837.48 + 36$$

$$= 900 - 873.48$$

$$\begin{aligned} \text{बची हुई लम्बाई} &= 26.52 \text{ mm} \end{aligned}$$

दशमलवों को भिन्नों में तथा भिन्नों को दशमलवों में बदलना

- दशमलव को भिन्न में परिवर्तित करें

#### उदाहरण (Example)

0.375 को भिन्न में बदलें

अब दशमलव बिंदु के नीचे 1 रखें और उसके बाद जितनी संख्याएँ हैं उतने शून्य रखें

$$0.375 = \frac{375}{1000} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$$

$$0.375 = \frac{3}{8}$$

- भिन्न को दशमलव में बदलें

#### उदाहरण (Example)

- $\frac{9}{16}$  को दशमलव में बदलें
- भाग के सामान्य तरीके से  $\frac{9}{16}$  को भाग करने के लिए आगे बढ़ें लेकिन संख्या 9 (अंश) के बाद शून्य (आवश्यकतानुसार) लगाएँ।

$$\begin{array}{r} 0.5625 \\ 16 \overline{) 90000} \\ \underline{80} \phantom{00} \\ 100 \phantom{00} \\ \underline{96} \phantom{00} \\ 40 \phantom{00} \\ \underline{32} \phantom{00} \\ 80 \phantom{00} \\ \underline{80} \phantom{00} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{9}{16} = 0.5625$$

#### आवर्ती दशमलव (Recurring decimals)

भिन्न से दशमलव में परिवर्तित करते समय कुछ भिन्नों को बिल्कुल दशमलव में विभाजित किया जा सकता है। कुछ अंशों में भागफल नहीं रुकेगा। यह जारी रहेगा और बार-बार दोहराया जाता रहेगा। इन्हें आवर्ती दशमलव कहा जाता है।

#### उदाहरण (Example)

- convert  $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{7}$

$$a \quad \frac{1}{3} = \frac{10000}{3} = 0.3333 - \text{Recurring}$$

$$b \quad \frac{2}{3} = \frac{20000}{3} = 0.666 - \text{Recurring}$$

$$c \quad \left( \frac{1}{7} = \frac{10000}{7} = 0.142857142 - \text{Recurring} \right)$$

दशमलव में सन्निकटन लिखने की विधि

- 1.73556 = 1.7356 दशमलव के 4 स्थानों तक सही करें
- 5.7343 = 5.734 दशमलव के 3 स्थानों तक सही करें
- 0.9345 = 0.94 दशमलव के 2 स्थानों तक सही करें

#### 10, 100, 1000 से गुणा करें और भाग दें

दशमलव को 10 से गुणा करना

एक दशमलव भिन्न को 10, 100, 1000 से गुणा किया जा सकता है और इसी तरह दशमलव बिंदु को दाईं ओर उतने स्थानों तक ले जाया जा सकता है जितने गुणक में शून्य हों।

- $4.645 \times 10 = 46.45$  (एक स्थान)
- $4.645 \times 100 = 464.5$  (दो स्थान)
- $4.645 \times 1000 = 4645$  (तीन स्थान)

दशमलव को 10 से भाग करना

एक दशमलव भिन्न को 10, 100, 1000 इत्यादि से भाग किया जा सकता है, इसके लिए दशमलव बिंदु को बायीं ओर ले जाकर, भाजक में शून्य लगाकर जितने स्थानों की आवश्यकता हो उतने स्थानों तक भाग किया जा सकता है।

#### उदाहरण (Example)

- $3.732 \div 10 = 0.3732$  (एक स्थान)
- $3.732 \div 100 = 0.03732$  (दो स्थान)
- $3.732 \div 1000 = 0.003732$  (तीन स्थान)

#### उदाहरण (Example)

- निम्नलिखित संख्या को भिन्न के रूप में पुनः लिखिए

$$453.273$$

$$= (4 \times 100) + (5 \times 10) + (3 \times 1) + \frac{2}{10} + \frac{7}{100} + \frac{3}{100}$$

$$= 453 \frac{273}{1000}$$

- दी गई संख्या 0.386 में दशमलव स्थानों का निरूपण लिखिए

3 - पहला दशमलव स्थान

8 - दूसरा दशमलव स्थान

6 - तीसरा दशमलव स्थान

- निम्नलिखित दशमलव में 3 स्थानों तक सन्निकटन लिखिए।

$$a \quad 6.9453 \longrightarrow 6.945$$

$$b \quad 8.7456 \longrightarrow 8.746$$

- भिन्न को दशमलव में बदलें

$$\frac{21}{24} = \frac{7}{8} = 0.875$$

- दशमलव को भिन्न में बदलें

$$0.0625 = \frac{625}{10000} = \frac{5}{80} = \frac{1}{16}$$

## असाइनमेंट (Assignment)

1 निम्नलिखित दशमलव संख्याओं को विस्तृत रूप में लिखिए।

a 514.726

b 902.524

2 निम्नलिखित दशमलव संख्याओं को विस्तार से लिखिए।

a  $500 + 70 + 5 + \frac{3}{10} + \frac{2}{100} + \frac{9}{1000}$

b  $200 + 9 + \frac{1}{10} + \frac{3}{100} + \frac{5}{1000}$

3 निम्नलिखित दशमलवों को सरलतम रूप में भिन्नों में परिवर्तित करें।

a 0.72

b 5.45

c 3.64

d 2.05

4 निम्नलिखित भिन्न को दशमलव में बदलें

a  $\frac{3}{5}$

b  $\frac{10}{4}$

c  $24\frac{54}{1000}$

d  $\frac{12}{25}$

e  $\frac{8}{25}$

f  $1\frac{3}{25}$

5 दशमलव का जोड़

a  $4.56 + 32.075 + 256.6245 + 15.0358$

b  $462.492 + 725.526 + 309.345 + 626.602$

6 निम्नलिखित दशमलव को घटाएँ

a  $612.5200 - 9.6479$

b  $573.9246 - 215.6000$

7 निम्नलिखित को जोड़ें और घटाएँ

a  $56.725 + 48.258 - 32.564$

b  $16.45 + 124.56 + 62.7 - 3.243$

8 निम्नलिखित को गुणा करें

a 10,100,1000 द्वारा

i  $3.754 \times 10$

ii  $8.964 \times 100$

iii  $2.3786 \times 1000$

iv  $0.005 \times 1000$

b पूर्ण संख्याओं द्वारा

i  $8.4 \times 7$

ii  $56.72 \times 8$

c किसी अन्य दशमलव अंक द्वारा (कैलकुलेटर का उपयोग करें)

i  $15.64 \times 7.68$

ii  $2.642 \times 1.562$

9 निम्नलिखित को भाग दें

a  $\frac{62.5}{25}$

b  $\frac{64.56}{10}$

c  $\frac{0.42}{100}$

d  $\frac{48.356}{1000}$

10 भाग दें

a  $\frac{16.8}{1.2}$

b  $\frac{1.54}{1.1}$

11 भिन्न को दशमलव में बदलें

i  $1\frac{5}{8}$

ii  $\frac{12}{25}$

12 मान ज्ञात करें

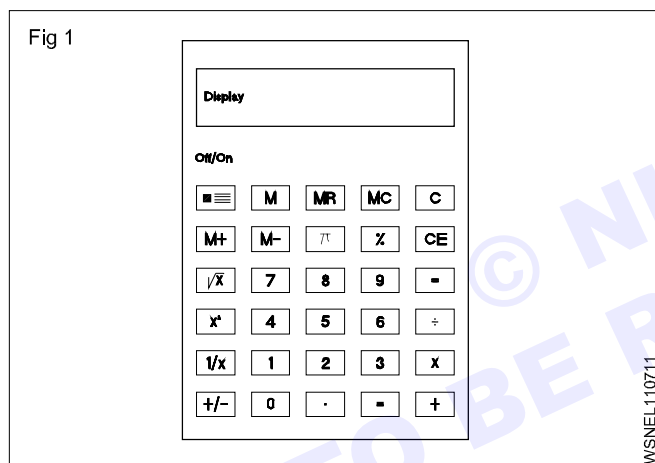
$20.5 \times 40 \div 10.25 + 18.50$

## इकाई, भिन्न (Unit, Fractions) - कैलकुलेटर का उपयोग करके समस्याओं को हल करना (Solving problems by using calculator)

एक पॉकेट कैलकुलेटर कठिन गणना करने में कम समय खर्च करने की अनुमति देता है। एक साधारण पॉकेट कैलकुलेटर जोड़, घटाव, गुणा और भाग की अंकगणितीय गणना करने में सक्षम बनाता है, जबकि वैज्ञानिक प्रकार के कैलकुलेटर का उपयोग वैज्ञानिक और तकनीकी गणना के लिए भी किया जा सकता है।

कैलकुलेटर का उपयोग करने के लिए किसी विशेष प्रशिक्षण की आवश्यकता नहीं होती है। लेकिन यह सुझाव दिया जाता है कि कैलकुलेटर की क्षमताओं से परिचित होने के लिए उसके प्रकार के ऑपरेशन मैनुअल का सावधानीपूर्वक अध्ययन आवश्यक है। एक कैलकुलेटर न तो सोचता है और न ही करता है। समस्या को समझने, जानकारी की व्याख्या करने और उसे कैलकुलेटर में सही ढंग से दर्ज करने का काम ऑपरेटर पर छोड़ दिया गया है।

### निर्माण संबंधी विवरण (Constructional Details) (Fig 1)



की-बोर्ड को पांच स्पष्ट और आसानी से पहचाने जाने योग्य क्षेत्रफलों और डिस्प्ले में विभाजित किया गया है।

#### • डाटा प्रविष्टि कुंजियाँ (Data entry keys)

प्रवेश कुंजियाँ [0] .....से [9] तक होती हैं

और दशमलव बिंदु के लिए एक [.] कुंजी होती है।

#### • समाशोधन कुंजियाँ (Clearing keys)

इन कुंजियों में 'C' अक्षर है

[C] [CLR] Clear totally

[CE] Clear entry only

[CM], [MC] Clear memory

[+] Addition key

[-] Subtraction key

[x] Multiplication key

[÷] Division key

[=] Equals key to display the result

#### • फ़ंक्शन कुंजियाँ (Function keys)

[π] Pi key

[√x] Square root key

[%] Percentage key

[+/-] Sign change key

[x²] Square key

[1/x] Reciprocal key

#### • मेमोरी कुंजियाँ (Memory keys)

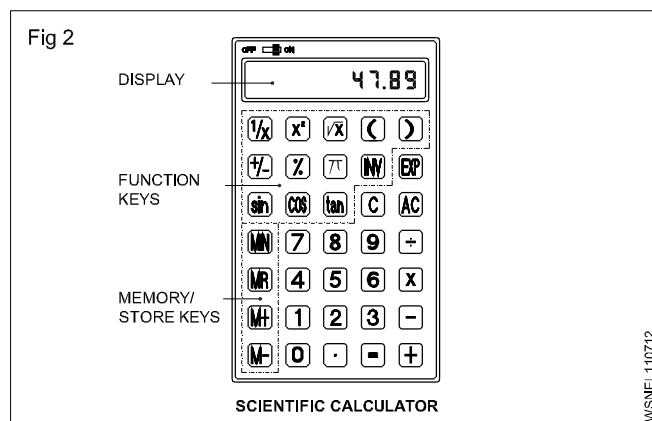
[M] डिस्प्ले नंबर स्टोर करें

[M+] प्रदर्शित मान मेमोरी में जोड़ा जाता है

[M-] प्रदर्शित मान को मेमोरी से घटा दिया जाता है

[MR] [RCL] संग्रहीत मूल्य को डिस्प्ले पर वापस लाया जाता है

वैज्ञानिक कैलकुलेटर में शामिल अतिरिक्त फ़ंक्शन कुंजियाँ Fig 2 में दिखाई गई हैं।



[Sin] [Cos] [Tan] [( )] त्रिकोणमितीय कार्यों के लिए और कोष्ठक के लिए

[Exp] Exponent key

कुछ कुंजियों के ऊपर या नीचे रंगीन अक्षर होते हैं। रंगीन अक्षरों में किसी फ़ंक्शन का उपयोग करने के लिए, INV कुंजी दबाएँ। INV डिस्प्ले पर दिखाई देगा। फिर वह कुंजी दबाएँ जिससे रंगीन अक्षरों की पहचान होती है। INV डिस्प्ले से गायब हो जाएगा।

$\log$ ,  $\text{INV}$   $10^x$  प्रदर्शित संख्या का लघुगणक और प्रदर्शित मान का प्रति लघुगणक प्राप्त करने के लिए।

$\text{INV}$   $R-P$  प्रदर्शित आयताकार निर्देशांकों को ध्रुवीय निर्देशांकों में परिवर्तित करना।

$\text{INV}$   $P-R$  प्रदर्शित ध्रुवीय निर्देशांकों को आयताकार निर्देशांकों में परिवर्तित करना।

#### • डिस्प्ले (The display)

डिस्प्ले इनपुट डेटा, अंतरिम परिणाम और गणना के उत्तर दिखाता है।

क्षेत्रफलों की व्यवस्था एक निर्माण से दूसरे निर्माण में भिन्न हो सकती है। संख्याओं को लिखने के क्रम में अंतरराष्ट्रीय स्तर पर सहमत दस कुंजी के सेट के माध्यम से संख्याओं की कुंजीयन किया जाता है।

नियम और उदाहरण (Rules and Examples):

#### • जोड़ (Addition): उदाहरण $18.2 + 5.7$

| Sequence                                                         | Input                                     | Display |
|------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|---------|
| Input of the 1st term of the sum                                 | $\boxed{1} \boxed{8} \boxed{.} \boxed{2}$ | 18.2    |
| Press + key                                                      | $\boxed{+}$                               | 18.2    |
| Input 2nd term of the sum. the first term goes into the register | $\boxed{5} \boxed{.} \boxed{7}$           | 5.7     |
| Press the = key                                                  | $\boxed{=}$                               | 23.9    |

#### • घटाना (Subtraction): उदाहरण $128.8 - 92.9$

| Sequence                                                 | Input                                               | Display |
|----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|---------|
| Enter the subtrahend                                     | $\boxed{1} \boxed{2} \boxed{8} \boxed{.} \boxed{8}$ | 128.8   |
| Press - key                                              | $\boxed{-}$                                         | 128.8   |
| Enter the minuend. The subtrahend goes into the register | $\boxed{9} \boxed{2} \boxed{.} \boxed{9}$           | 92.9    |
| Press the = key                                          | $\boxed{=}$                                         | 35.9    |

#### • गुणा (Multiplication): उदाहरण $0.47 \times 2.47$

| Sequence                                        | Input                                     | Display |
|-------------------------------------------------|-------------------------------------------|---------|
| Enter multiplicand                              | $\boxed{.} \boxed{4} \boxed{7}$           | 0.47    |
| Press x key                                     | $\boxed{\times}$                          | 0.47    |
| Enter multiplier, multiplicand goes to register | $\boxed{2} \boxed{.} \boxed{4} \boxed{7}$ | 2.47    |
| Press = key                                     | $\boxed{=}$                               | 1.1609  |

#### • भाग (Division): उदाहरण $18.5/2.5$

| Sequence                               | Input                                     | Display |
|----------------------------------------|-------------------------------------------|---------|
| Enter the dividend                     | $\boxed{1} \boxed{8} \boxed{.} \boxed{5}$ | 18.5    |
| Press $\div$ Key                       | $\boxed{\div}$                            | 18.5    |
| Enter the divisor goes to the register | $\boxed{2} \boxed{.} \boxed{5}$           | 2.5     |
| Press = key                            | $\boxed{=}$                               | 7.4     |

#### • गुणा और भाग (Multiplication & Division):

उदाहरण :  $2.5 \times 7.2 / 4.8 \times 1.25$

| Sequence            | Input                                     | Display |
|---------------------|-------------------------------------------|---------|
| Enter 2.5           | $\boxed{2} \boxed{.} \boxed{5}$           | 2.5     |
| Press x key         | $\boxed{\times}$                          | 2.5     |
| Enter 7.2           | $\boxed{7} \boxed{.} \boxed{2}$           | 7.2     |
| Press $\div$ key    | $\boxed{\div}$                            | 18      |
| Enter Open bracket  | $\boxed{(}$                               |         |
| Enter 4.8           | $\boxed{4} \boxed{.} \boxed{8}$           | 4.8     |
| Press x key         | $\boxed{\times}$                          | 4.8     |
| Enter 1.25          | $\boxed{1} \boxed{.} \boxed{2} \boxed{5}$ | 1.25    |
| Enter Close bracket | $\boxed{)}$                               | 6       |
| Press = key         | $\boxed{=}$                               | 3.0     |

#### • मेमोरी में स्टोर करें उदाहरण $(2+6) (4+3)$

| Sequence                      | Input                                       | Display |
|-------------------------------|---------------------------------------------|---------|
| Workout for the first bracket | $\boxed{2}$                                 | 2       |
|                               | $\boxed{+}$                                 | 2       |
|                               | $\boxed{6}$                                 | 6       |
|                               | $\boxed{=}$                                 | 8       |
| Store the first result in     | $\boxed{\text{STO}}$ , $\boxed{\text{M}}$   | 8       |
| x                             | or $\boxed{\text{M+}}$                      |         |
| Workout for the 2nd bracket   | $\boxed{4}$                                 | 4       |
|                               | $\boxed{+}$                                 | 4       |
|                               | $\boxed{3}$                                 | 3       |
|                               | $\boxed{=}$                                 | 7       |
| Press x key                   | $\boxed{\times}$                            | 7       |
| Recall memory                 | $\boxed{\text{RCL}}$ or $\boxed{\text{MR}}$ | 8       |
| Press = key                   | $\boxed{=}$                                 | 56      |

- **प्रतिशत (Percentage):** उदाहरण 12% of 1500

| Sequence    | Input   | Display |
|-------------|---------|---------|
| Enter 1500  | 1 5 0 0 | 1500    |
| Press x key | x       | 1500    |
| Enter 12    | 1 2     | 12      |
| Press INV % | INV %   | 12      |
| Press = key | =       | 180     |

- **वर्ग मूल (Square root):** उदाहरण  $\sqrt{2} + \sqrt{3 \times 5}$

| Sequence                | Input                                            | Display   |
|-------------------------|--------------------------------------------------|-----------|
| Enter 2                 | 2                                                | 2         |
| Press $\sqrt{a}$ key    | $\sqrt{a}$                                       | 1.414     |
| Press + key             | +                                                | 1.414     |
| Press bracket key       | (                                                | 1.414     |
| Enter 3                 | 3                                                | 3         |
| Press $\sqrt{a}$ key    | $\sqrt{a}$                                       | 1.732     |
| Press x key             | x                                                | 1.732     |
| Enter 5                 | 5                                                | 5         |
| Press $\sqrt{a}$ key    | $\sqrt{a}$                                       | 2.236     |
| Press bracket close key | )                                                | 3.873     |
| Press = key             | =                                                | 5.2871969 |
|                         | 2 $\sqrt{a}$ + ( 3 $\sqrt{a}$ x 5 $\sqrt{a}$ ) = | 5.2871969 |

$$\sqrt{2} + \sqrt{3 \times 5} = 5.287$$

- **कॉमन लघुगणक (Common logarithm):** उदाहरण  $\log 1.23$

| Sequence    | Input | Display   |
|-------------|-------|-----------|
| 1 . 2 3 log | =     | 0.0899051 |

- **Power:** Example  $123 + 30^2$

| Sequence              | Input | Display |
|-----------------------|-------|---------|
| 1 2 3 + 3 0 INV $X^2$ | =     | 1023    |

- गणना शुरू करने से पहले 'ON' कुंजी दबाना सुनिश्चित करें और पुष्टि करें कि डिस्प्ले पर '0' दिखाया गया है।
- कैलकुलेटर के अंदरूनी हिस्से को न छुएं, ज़ोर से खटखटाने और चाबियों को अनावश्यक रूप से ज़ोर से दबाने से बचें।
- 0° और 40° C के दो चरम तापमानों के बीच कैलकुलेटर का रखरखाव और उपयोग करें।
- यूनिट की सफाई करते समय कभी भी वाष्पशील तरल पदार्थ जैसे लैकर, थिनर, बेंजीन का उपयोग न करें।
- इस बात का विशेष ध्यान रखें कि यूनिट झुकने या गिरने से क्षतिग्रस्त न हो।
- कैलकुलेटर को अपनी हिप पॉकेट में न रखें।

## असाइनमेंट (Assignment)

1 कैलकुलेटर का उपयोग करके निम्नलिखित को हल करें

- $625 + 3467 + 20 + 341 + 6278 = \underline{\hspace{2cm}}$
- $367.4 + 805 + 0.7 + 7.86 + 13.49 = \underline{\hspace{2cm}}$
- $0.043 + 1.065 + 13.0 + 34.76 + 42.1 = \underline{\hspace{2cm}}$
- $47160 + 1368.4 + 0.1 + 1.6901 + 134.267 = \underline{\hspace{2cm}}$

2 कैलकुलेटर का उपयोग करके निम्नलिखित को सरल करें

- $24367 - 4385 = \underline{\hspace{2cm}}$
- $9.643 - 0.7983 = \underline{\hspace{2cm}}$
- $4382.01 - 381.3401 = \underline{\hspace{2cm}}$
- $693.42 - 0.0254 = \underline{\hspace{2cm}}$

3 कैलकुलेटर का उपयोग करके निम्नलिखित के मान ज्ञात कीजिए

- $23 \times 87 = \underline{\hspace{2cm}}$
- $1376 \times 0.81 = \underline{\hspace{2cm}}$
- $678 \times 243 = \underline{\hspace{2cm}}$
- $0.75 \times 0.24 = \underline{\hspace{2cm}}$

4 कैलकुलेटर का उपयोग करके निम्नलिखित को हल करें

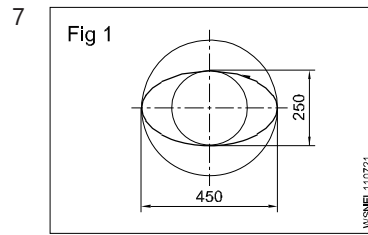
- $22434 \div 3 = \underline{\hspace{2cm}}$
- $4131 \div 243 = \underline{\hspace{2cm}}$
- $469890 \div 230 = \underline{\hspace{2cm}}$
- $3.026 \div 0.89 = \underline{\hspace{2cm}}$

5 निम्नलिखित को हल करें

- $\frac{1170 \times 537.5}{13 \times 215} = \underline{\hspace{2cm}}$
- $\frac{28.2 \times 18 \times 3500}{1000 \times 3 \times 0.8} = \underline{\hspace{2cm}}$

6 निम्नलिखित को हल करें

- $\frac{(634 + 128) \times (384 - 0.52)}{8 \times 0.3} = \underline{\hspace{2cm}}$
- $\frac{(389 - 12.2) \times (842 - 0.05 - 2.6)}{(3.89 \times 0.021) \times (28.1 - 17.04)} = \underline{\hspace{2cm}}$



2a = 450 mm (major axis)

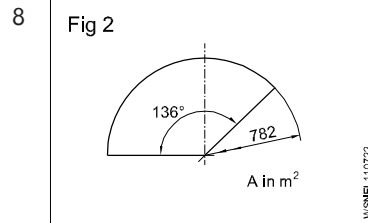
2b = 250 mm (minor axis)

दीर्घवृत्त का परिमाण

A =  $\underline{\hspace{2cm}}$  metre<sup>2</sup>

Hint A =  $\pi \times a \times b$

unit<sup>2</sup>



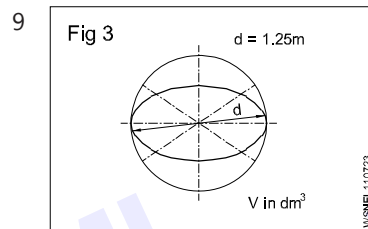
$\phi = 782$  mm

$\alpha = 136^\circ$

सेक्टर का क्षेत्रफल

A =  $\underline{\hspace{2cm}}$

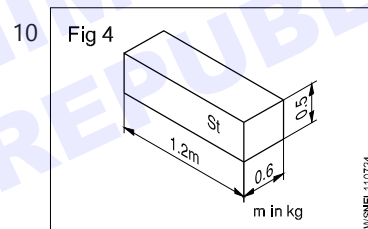
Hint A =  $\frac{\pi \times d^2}{4} \times \frac{\alpha}{360^\circ}$



d = 1.25 metre

V =  $\underline{\hspace{2cm}}$  dm<sup>3</sup>

गोले का आयतन



L = 1.2 metres

B = 0.6 metre

H = 0.5 metre

' $\rho$ ' (rho) स्टील का घनत्व

= 7.85 kg/dm<sup>3</sup>

m =  $\underline{\hspace{2cm}}$  kg

(mass ' $m$ ' = V  $\times$   $\rho$ )

(mass ' $m$ ' = V  $\times$   $\rho$ )

## वर्गमूल, अनुपात और समानुपात, प्रतिशत (Square root, Ratio and Proportions, Percentage) - वर्ग और वर्गमूल (Square and square root)

a मूल संख्या

2 घातांक

$\sqrt{\quad}$  रेडिकल चिह्न जो वर्गमूल दर्शाता है।

$\sqrt{a^2}$  'a' वर्ग का वर्गमूल

$a^2$  रेडिकैंड

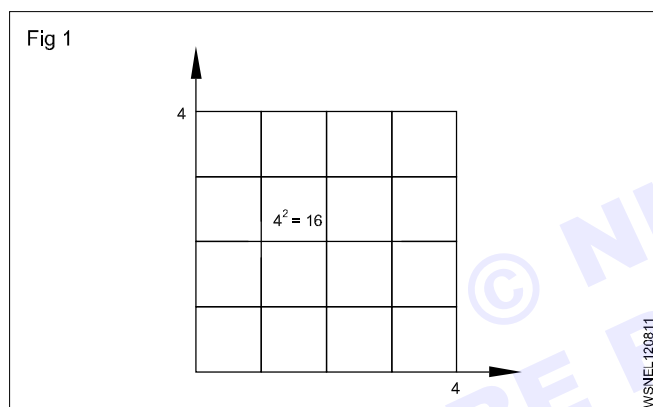
### वर्ग संख्या (Square number)

किसी संख्या का वर्ग स्वयं से गुणा की गई संख्या है।

मूल संख्या  $\times$  मूल संख्या = वर्ग संख्या

$$a \times a = a^2$$

$$4 \times 4 = 4^2 = 16$$



### विभाजित करना (Splitting up)

एक वर्ग क्षेत्रफल को उप-क्षेत्रफलों में विभाजित किया जा सकता है। 36 का सबसे बड़ा वर्ग एक बड़े वर्ग 16, एक छोटे वर्ग 4 और दो आयतों 8 से बना है।

$$\text{बड़ा वर्ग } 4 \times 4 = 16 \quad a^2$$

$$\text{दो आयत } 2 \times 4 \times 2 = 16 \quad 2ab$$

$$\text{छोटा वर्ग } 2 \times 2 = 4 \quad b^2$$

$$\text{उपक्षेत्रफलों का योग} = 36 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\sqrt{36} = \sqrt{a^2 + 2ab + b^2}$$

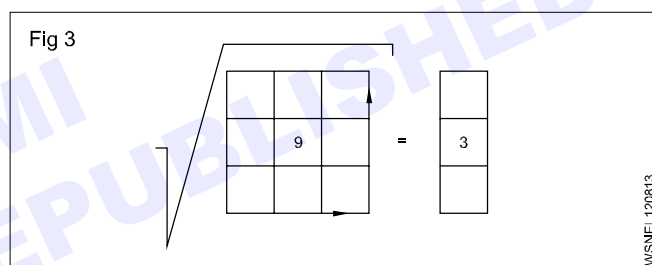
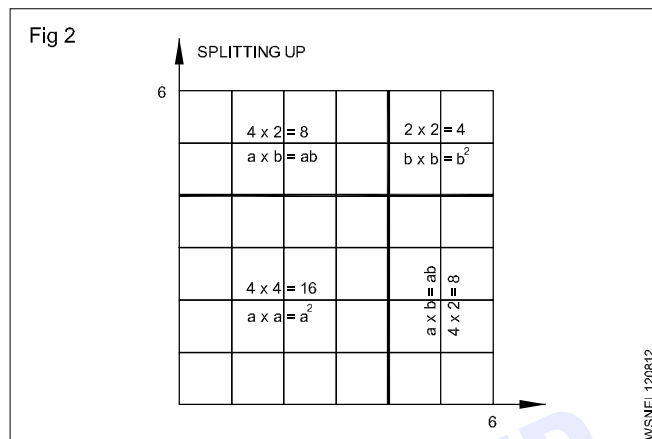
परिणाम (Result): वर्गमूल ज्ञात करने के लिए, हम वर्ग संख्याओं को विभाजित करते हैं।

### वर्गमूल निकालने की प्रक्रिया (Extracting the square root procedure)

- दशमलव बिंदु से प्रारंभ करके दाँएँ और बाएँ ओर दो आकृतियों के समूह बनाएँ। एक प्रमुख प्रतीक  $\sqrt{4624.00}$
- पहले ग्रुप का मूल ज्ञात करें, अंतर की गणना करें, अगले ग्रुप को नीचे लाएँ।

- मूल को 2 से गुणा करें और आंशिक मूलांक को विभाजित करें।

- इस प्रकार गणना की गई संख्या को गुणा करने के लिए भाजक में दर्ज करें।



यदि कुछ शेष रह जाए तो प्रक्रिया दोहराएँ।

$$\begin{array}{r} 68 \\ 6 \overline{) 46,24} \\ \underline{36} \phantom{00} \\ 1024 \\ 1024 \\ \underline{0} \end{array}$$

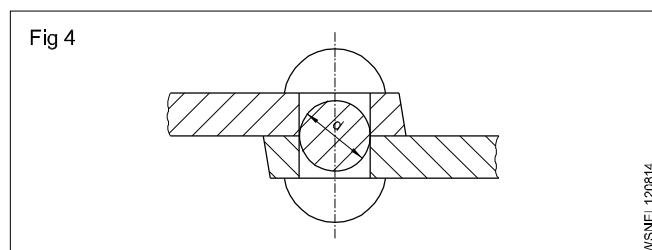
$$\sqrt{4624} = 68$$

मूल संख्या  $\times$  मूल संख्या = वर्ग

$\sqrt{\text{Square number}} = \text{basic number}$

### उदाहरण (Example)

एक रिफ्ट का अनुप्रस्थ काट  $3.46 \text{ cm}^2$  है। होल के व्यास की गणना करें।



रिवेट क्रॉस-सेक्शन होल क्रॉस-सेक्शन है।

‘d’ खोजने के लिए,

दिया गया क्षेत्रफल =  $3.46 \text{ cm}^2$

क्षेत्रफल =  $0.785 \times d^2$  (सूत्र)

$3.46 \text{ cm}^2 = d^2 \times 0.785$

$$d^2 = \frac{3.46 \text{ cm}^2}{0.785}$$

$$d = \sqrt{\frac{3.46}{0.785}} \text{ cm}$$

$$d = 2.1 \text{ cm (or) } 21 \text{ mm}$$

© NIMI  
NOT TO BE REPUBLISHED

वर्गमूल, अनुपात और समानुपात, प्रतिशत (Square root, Ratio and Proportions, Percentage) -  
कैलकुलेटर का उपयोग करके सरल समस्याएं (Simple problems using calculator)

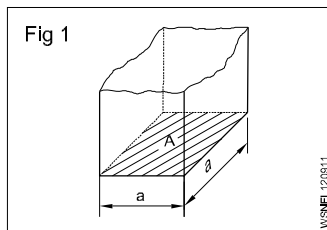
1 a  $\sqrt{2916} =$  \_\_\_\_\_.

b  $\sqrt{45796} =$  \_\_\_\_\_.

c  $\sqrt{8.2944} =$  \_\_\_\_\_.

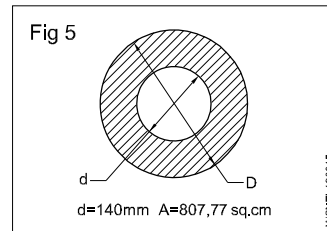
d  $\sqrt{63.845} =$  \_\_\_\_\_.

2



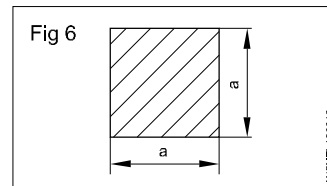
$A = 2025 \text{ mm}^2$   
 $a =$  \_\_\_\_\_ mm

6



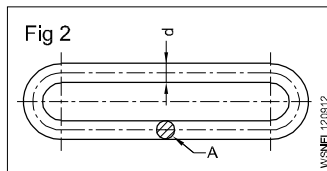
$A = 807.77 \text{ cm}^2$   
 $d = 140 \text{ mm}$   
 $D =$  \_\_\_\_\_ mm

7



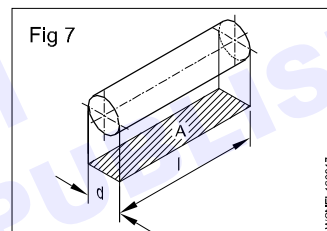
$a \times a = 543169 \text{ mm}^2$   
 $a =$  \_\_\_\_\_ mm

3



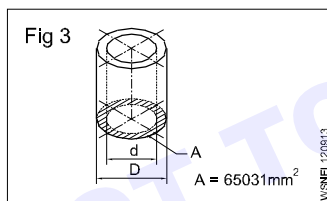
$A = 176.715 \text{ mm}^2$   
 $d =$  \_\_\_\_\_ mm

8



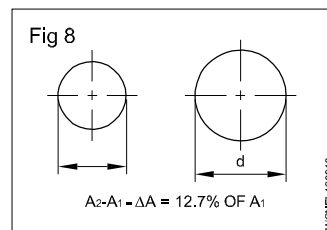
$d : l = 1 : 1.5$   
 $A = 73.5 \text{ mm}^2$   
 $d =$  \_\_\_\_\_ mm

4



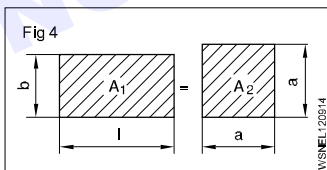
$A = 65031 \text{ mm}^2$   
 $d = 140 \text{ mm}$   
 $D =$  \_\_\_\_\_ mm

9



increase in area  
 $A = 12.7\%$   
 $A = 360 \text{ mm}^2$   
 $d =$  \_\_\_\_\_ mm  
( $d$  = diameter after the increase in area)

5

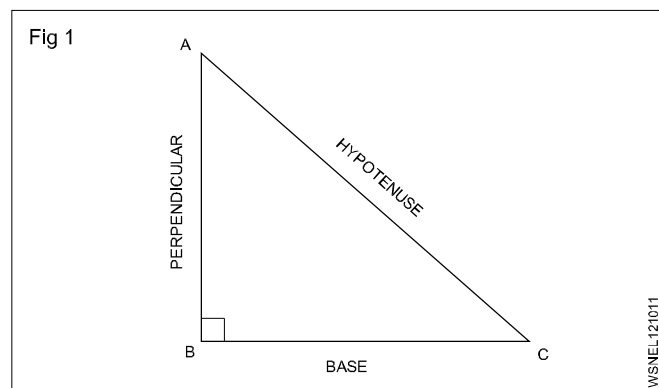


$l = 58 \text{ cm}$   
 $b = 45 \text{ cm}$   
 $A_1 = A_2$   
 $a =$  \_\_\_\_\_ cm

**वर्गमूल, अनुपात और समानुपात, प्रतिशत (Square root, Ratio and Proportions, Percentage) - पाइथागोरस प्रमेय के अनुप्रयोग और संबंधित समस्याएं (Applications of pythagoras theorem and related problems)**

**पाइथागोरस प्रमेय के अनुप्रयोग (Applications of Pythagoras Theorem)**

पाइथागोरस प्रमेय के कुछ अनुप्रयोग हैं; (Fig 1)



- 1 पाइथागोरस प्रमेय का उपयोग आमतौर पर समकोण त्रिभुज की भुजाओं की लंबाई ज्ञात करने के लिए किया जाता है।
- 2 इसका उपयोग किसी वर्ग के विकर्ण की लंबाई ज्ञात करने के लिए किया जाता है।
- 3 पाइथागोरस प्रमेय का उपयोग त्रिकोणमिति में sin, cos, tan, cosec, sec और cot जैसे त्रिकोणमितीय अनुपात को खोजने के लिए किया जाता है।
- 4 पाइथागोरस प्रमेय का उपयोग फेस की पहचान के लिए सुरक्षा कैमरों में किया जाता है।
- 5 आर्किटेक्ट इंजीनियरिंग और निर्माण क्षेत्रफलों के लिए पाइथागोरस प्रमेय की तकनीक का उपयोग करते हैं।
- 6 पाइथागोरस प्रमेय का प्रयोग पर्वतों के सर्वेक्षण में किया जाता है।
- 7 इसका उपयोग नेविगेशन में सबसे छोटा रास्ता खोजने के लिए भी किया जाता है।
- 8 पाइथागोरस प्रमेय का उपयोग करके, हम आधार, लम्ब और कर्ण के लिए सूत्र प्राप्त कर सकते हैं।
- 9 चित्रकार पाइथागोरस प्रमेय की सहायता से ऊँची इमारतों पर पेंटिंग करने के लिए सीढ़ी का उपयोग करते हैं।
- 10 पाइथागोरस प्रमेय का उपयोग पहाड़ियों या पहाड़ों की ढलानों की ढलान की गणना के लिए किया जाता है।
- 11 पाइथागोरस प्रमेय के व्युत्क्रम का उपयोग यह जांचने के लिए किया जाता है कि कोई त्रिभुज समकोण त्रिभुज है या नहीं।

**वास्तविक जीवन में पाइथागोरस प्रमेय का अनुप्रयोग (APPLICATION OF PYTHAGORAS THEOREM IN REAL LIFE)**

पाइथागोरस प्रमेय यह बताता है

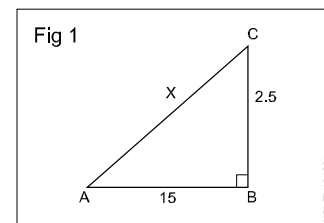
“एक समकोण त्रिभुज में, कर्ण भुजा का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर होता है”।

- 1 इस त्रिभुज की भुजाओं को लम्ब, आधार और कर्ण नाम दिया गया है।
- 2 कर्ण सबसे लंबी भुजा है, क्योंकि यह कोण 90° के विपरीत है।
- 3 एक समकोण त्रिभुज (जैसे AB, BC और CA) की भुजाओं का वर्ग करने पर धनात्मक पूर्णांक मान एक समीकरण में डाल दिया जाता है, जिसे पायथागोरियन त्रिक भी कहा जाता है।
- 4 खिड़की तक पहुँचने के लिए आवश्यक सीढ़ी की लंबाई की गणना करना
- 5 आपके कमरे में रखी सबसे लंबी वस्तु की लंबाई ज्ञात की जा सकती है।
- 6 पहाड़ियों या पहाड़ों की ढलान का पता लगाना।
- 7 भारी बारिश के कारण टूटकर अपने ऊपर पड़े पेड़ की मूल ऊँचाई ज्ञात करना
- 8 निर्माण स्थलों में ऊँचाई और माप निर्धारित करना।

**उदाहरण (Examples)**

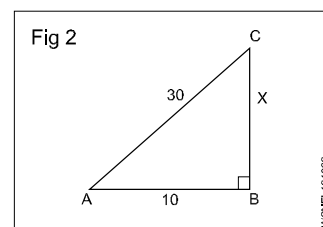
- 1 साइड AC क्या है यदि AB = 15 cm, BC = 25 cm.

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ &= 15^2 + 25^2 \\ &= 225 + 625 = 850 \\ AC &= \sqrt{850} = 29.155 \text{ cm} \end{aligned}$$



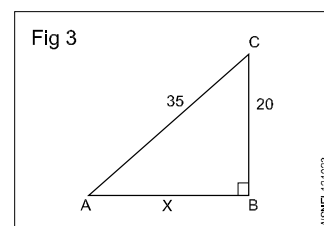
- 2 साइड BC क्या है यदि AB = 10 cm, AC = 30 cm.

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ 30^2 &= 10^2 + BC^2 \\ 900 &= 100 + BC^2 \\ BC^2 &= 900 - 100 = 800 \\ BC &= 28.284 \text{ cm} \end{aligned}$$



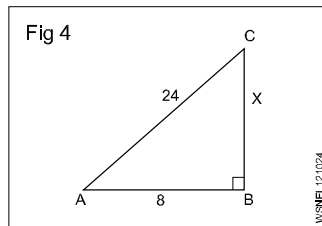
- 3 साइड AB क्या है यदि BC = 20 cm, AC = 35 cm.

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ 35^2 &= AB^2 + 20^2 \\ 1225 &= AB^2 + 400 \\ AB^2 &= 1225 - 400 = 825 \\ AB &= 28.72 \text{ cm} \end{aligned}$$



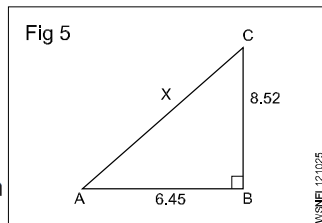
- 4 भुजा BC का मान क्या है? यदि AB = 8 cm, AC = 24 cm.

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ 24^2 &= 8^2 + BC^2 \\ 576 &= 64 + BC^2 \\ BC^2 &= 576 - 64 = 512 \\ BC &= \sqrt{512} = 22.63 \text{ cm} \end{aligned}$$



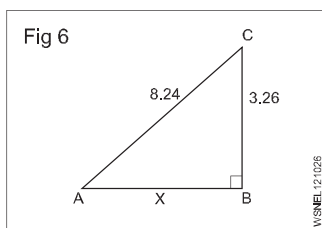
- 5 भुजा AC का मान क्या है? यदि AB = 6.45 cm, BC = 8.52 cm

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ AC^2 &= 6.45^2 + 8.52^2 \\ AC^2 &= 41.60 + 72.59 \\ &= 114.19 \\ AC &= \sqrt{114.19} = 10.69 \text{ cm} \end{aligned}$$



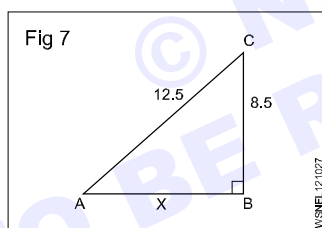
- 6 भुजा AB का मान क्या है? यदि BC = 3.26 cm, AC = 8.24 cm

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ 8.24^2 &= AB^2 + 3.26^2 \\ 67.9 &= AB^2 + 10.63 \\ AB^2 &= 67.9 - 10.63 \\ &= 57.27 \\ AB &= \sqrt{57.27} = 7.57 \text{ cm} \end{aligned}$$



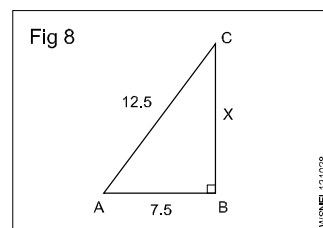
- 7 भुजा AB का मान क्या है? यदि AC = 12.5 cm, BC = 8.5 cm.

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ 12.5^2 &= AB^2 + 8.5^2 \\ 156.25 &= AB^2 + 72.25 \\ AB^2 &= 156.25 - 72.25 \\ &= 84 \\ AB &= \sqrt{84} = 9.17 \text{ cm} \end{aligned}$$



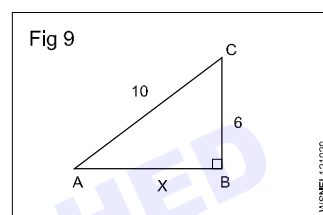
- 8 12.5 मीटर लंबी एक सीढ़ी एक दीवार के ऊपरी सिरे पर रखी गई है। निचला सिरा दीवार से 7.5 मीटर दूर है। ऊपरी सिरा जमीन से कितनी ऊंचाई पर है।

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ BC^2 &= AC^2 - AB^2 \\ BC^2 &= x^2 \\ AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ 12.5^2 &= x^2 + 7.5^2 \\ x^2 &= (12.5)^2 - (7.5)^2 \\ x^2 &= (12.5)^2 - (7.5)^2 \\ &= (12.5 + 7.5)(12.5 - 7.5)^2 \\ &= 20 \times 5 \\ &= \sqrt{100} = 10 \\ x &= 10 \text{ m} \end{aligned}$$



- 9 AB का मान क्या है?

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ AB^2 &= AC^2 - BC^2 \\ AB^2 &= x^2 \\ AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ 10^2 &= x^2 + 6^2 \\ x^2 &= 10^2 - 6^2 \\ &= 100 - 36 = 64 \\ x &= \sqrt{64} \\ &= 8 \\ AB &= 8 \end{aligned}$$



## असाइनमेंट (Assignment)

- भुजा AC = 10 cm और BC = 5 cm वाले समकोण त्रिभुज में भुजा AB का मान क्या है?
- भुजा AB = 6.5 cm और BC = 4.5 cm वाले समकोण त्रिभुज में भुजा AC का मान क्या है?
- भुजा AC = 14.5 cm और AB = 10.5 cm वाले समकोण त्रिभुज में भुजा BC का मान क्या है?
- भुजा AB = 7 cm और BC = 5 cm वाले समकोण त्रिभुज में भुजा AC का मान क्या है?
- भुजा AC = 13.25 cm और AB = 8.75 cm वाले समकोण त्रिभुज में भुजा BC का मान क्या है?

वर्गमूल, अनुपात और समानुपात, प्रतिशत (Square root, Ratio and Proportions, Percentage) - अनुपात और समानुपात (Ratio and proportion)

अनुपात (Ratio)

परिचय (Introduction)

यह एक ही प्रकार की दो राशियों के बीच का संबंध है और इसे भिन्न के रूप में व्यक्त किया जाता है।

(Expression)

a, b एक ही प्रकार की दो मात्राएँ  $\frac{a}{b}$  या a:b या  $a \div b$  या a में b का अनुपात है।

अनुपात को सदैव न्यूनतम स्तर तक घटाया जाता है।

उदाहरण

$$7:14 = \frac{7}{14} = \frac{1}{2} = 1:2$$

समानुपात (Proportion)

यह अनुपातों के बीच एक समानता है, a : b एक अनुपात है और

c : d एक अन्य अनुपात है। दोनों अनुपात बराबर हैं। तब

$$a : b :: c : d \text{ or } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

उदाहरण

$$250 : 2000 :: 1 : 8$$

आनुपातिक बुनियादी बातें (Proportion fundamentals)

यदि  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  तब

$$\bullet \quad ad = bc$$

$$\bullet \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

$$\bullet \quad \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$$

$$\bullet \quad \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c} \text{ and } \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$$

$$\bullet \quad \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

$$\bullet \quad \frac{a+b}{b+d} = \frac{a}{c} = \frac{c}{d}$$

$$\bullet \quad 3 : 4 :: 6 : 8 \text{ or } \frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

$$\bullet \quad 3 \times 8 = 6 \times 4$$

$$\bullet \quad \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$$

$$\bullet \quad \frac{4}{3} = \frac{8}{6}$$

$$\bullet \quad \frac{3+4}{4} = \frac{6+8}{8}$$

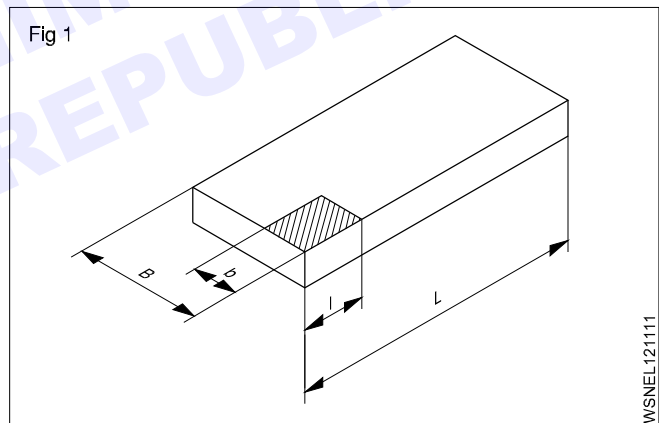
$$\bullet \quad \frac{3-4}{4} = \frac{6-8}{8}$$

$$\bullet \quad \frac{3+6}{4+8} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

अनुपात (Ratio) - एक ही प्रकार की दो मात्राओं का संबंध  
समानुपात (Proportion) - दो अनुपातों के बीच समानता

उदाहरण (Example)

- 800 x 1400 mm की एक स्टील प्लेट 1:20 के स्केल पर खींची जानी है। Fig 1 में लंबाई क्या होगी?



न्यूनतम अनुपात है  $\frac{1}{20}$

B से घटाया गया है 800 to  $800 \times \frac{1}{20} = 40 \text{ mm}$

L को  $1400 \times \frac{1}{20} = 70 \text{ mm}$

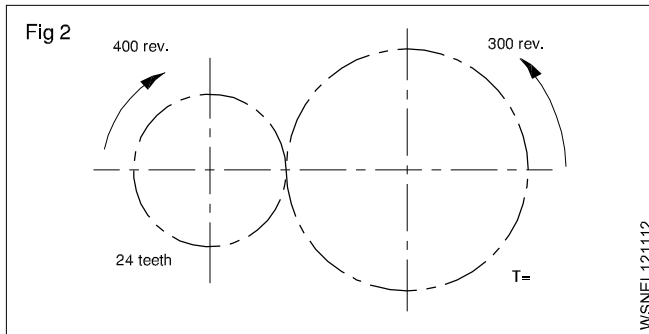
- Fig 2 में दिखाए गए गियर ट्रांसमिशन में बड़े गियर के दांतों की संख्या ज्ञात करें

$$\text{Speed ratio} = 400 : 300$$

$$\text{Teeth ratio} = 24 : T$$

$$\frac{400}{300} = \frac{T}{24}$$

$$\therefore T = \frac{24 \times 400}{300} = 32 \text{ Teeth}$$



Find the ratio of A:B:C

If A:B= 2:3 and B:C=4:5

$$A:B = 2:3$$

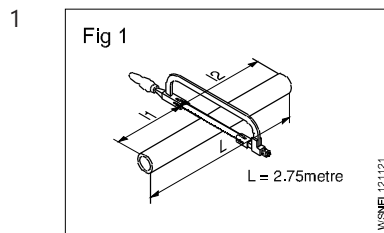
$$B:C = 4:5$$

$$A:B = 8 : 12 \text{ (Ratio 2:3 multiply by 4)}$$

$$B:C = 12:15 \text{ (Ratio 4:5 multiply by 3)}$$

$$\therefore A:B:C = 8:12:15$$

## असाइनमेंट (Assignment)

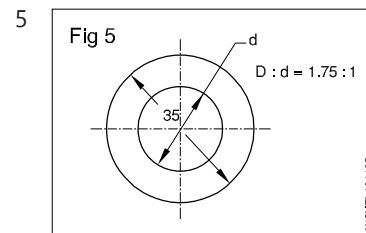


$$l_1 : l_2 = 2:3$$

$$L = 2.75 \text{ metres}$$

$$l_1 = \text{_____ metres}$$

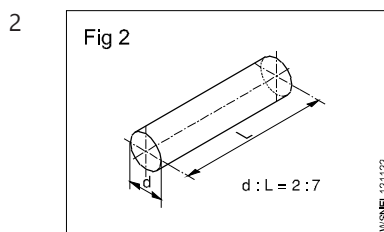
$$l_2 = \text{_____ metres}$$



$$D : d = 1.75 : 1$$

$$D = 35 \text{ mm}$$

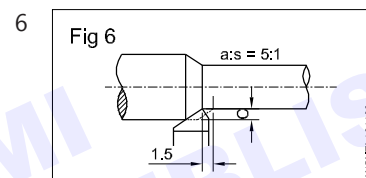
$$d = \text{_____ mm}$$



$$d : L \text{ of shaft} = 2:7$$

$$d = 40 \text{ mm}$$

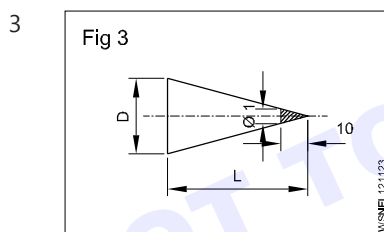
$$L = \text{_____ mm}$$



$$a : s = 5 : 1$$

$$s = 1.5 \text{ mm}$$

$$a = \text{_____ mm}$$



$$D : L = 1:10$$

$$L = 150 \text{ mm}$$

$$D = \text{_____ mm}$$

$$7 \quad A:B=9:12$$

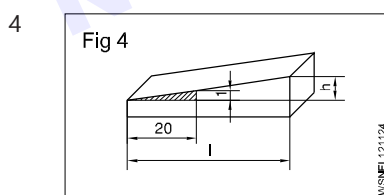
$$B:C=8:10$$

$$\text{Then } A:B:C = \text{_____}$$

$$8 \quad A:B=5:6$$

$$B:C=3:4$$

$$\text{Then } A:B:C = \text{_____}$$



$$\frac{\Delta h}{l} = \frac{1}{20}$$

$$l = 140 \text{ mm}$$

$$\Delta h = \text{_____ mm}$$

$$9 \quad A:55=9:11$$

$$A = \text{_____}$$

$$10 \quad 15:9.3=40:x$$

$$x = \text{_____}$$

**वर्गमूल, अनुपात और समानुपात, प्रतिशत (Square root, Ratio and Proportions, Percentage) - अनुपात और समानुपात - प्रत्यक्ष और अप्रत्यक्ष अनुपात (Direct and indirect proportions)**

**समानुपात (Proportion)**

**विवरण (Description)**

यह अनुपातों के बीच समानता है, a:b एक अनुपात है और c:d एक अन्य अनुपात है। दोनों अनुपात बराबर हैं। तब

$$a : b :: c : d \text{ or } \text{e.g. } 250 : 2000 :: 1 : 8$$

**तीन का नियम (Rule of three)**

तीन चरणों वाली गणना

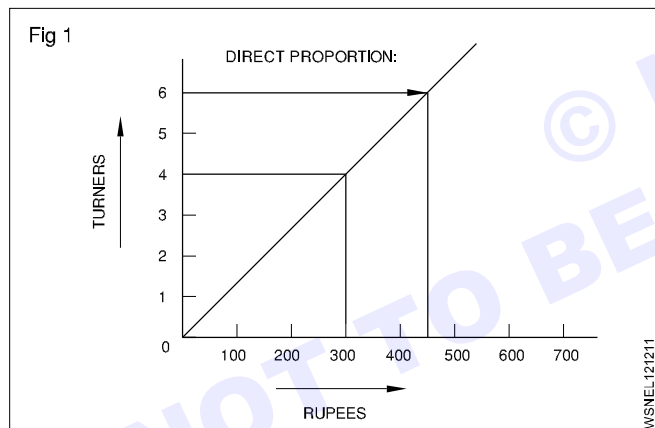
कथन (statement)

एकल (single)

एकाधिक (multiple)

**प्रत्यक्ष अनुपात (Direct proportion)**

एक में जितना अधिक, दूसरे में उतना अधिक - एक मात्रा में वृद्धि से दूसरे में वृद्धि होती है। (Fig 1)



**उदाहरण (Examples)**

- 1 4 टर्नर 300 रुपये कमाते हैं। 6 टर्नर कितना कमाएंगे?

कथन (Statement)

$$4 \text{ turners} = 300 \text{ Rupees}$$

एकल (Single)

$$1 \text{ Turner} = 75 \text{ Rupees}$$

एकाधिक (Multiple)

$$6 \text{ Turners} = 6 \times 75 = 450 \text{ Rupees}$$

- 2 एक वाहन प्रतिदिन 30 लीटर पेट्रोल की खपत करता है, समान स्थिति में चलने वाले 6 वाहन कितना पेट्रोल खर्च करते हैं।

एक वाहन पेट्रोल का उपयोग करता है = 30 लीटर प्रति दिन

तब छह गाड़ियों का उपयोग होगा = 6 कई गुना ज्यादा

$$= 6 \times 30 = 180 \text{ लीटर/दिन।}$$

- 3 4 गाड़ियाँ प्रतिदिन 120 गैलन पेट्रोल की खपत करती हैं, समान स्थिति में चलने वाली 12 गाड़ियाँ कितना पेट्रोल खर्च करेंगी?

4 वाहन प्रतिदिन 120 गैलन का उपयोग करते हैं

$$1 \text{ वाहन का उपयोग करेगा } \frac{120}{4} = 30 \text{ गैलन/दिन}$$

$$12 \text{ वाहन का उपयोग करेगा } 12 \times 30 = 360 \text{ गैलन/दिन}$$

दोनों उदाहरणों को सरल अनुपात कहा जाता है क्योंकि केवल दो परिमाणों का उपयोग किया गया था और दोनों अनुपातों के लिए दिन सामान्य है।

- 4 यदि 2 लीटर पेट्रोल की कीमत 60 रुपये है तो 50 लीटर की कीमत ज्ञात कीजिये।

| पेट्रोल की मात्रा | पेट्रोल की कीमत                    |
|-------------------|------------------------------------|
| 2 litres          | Rs.60                              |
| 50 litres         | X                                  |
| 1 लीटर पेट्रोल    | $= \frac{60}{2} = \text{Rs.}30$    |
| 50 लीटर पेट्रोल   | $= 30 \times 50 = \text{Rs } 1500$ |

- 5 150 mm व्यास वाला गियर 50 mm व्यास वाले गियर से मेल खाता है। यदि बड़े गियर में 30 दाँत हैं। छोटे गियर में कितने दाँत होंगे?

| गियर व्यास | दाँतों की संख्या |
|------------|------------------|
| 150 mm     | 30               |
| 50 mm      | X                |

$$X = \frac{50}{150} \times 30 = 10 \text{ दाँत}$$

- 6 एक मैकेनिक ढाई दिन में 7 मशीनें जोड़ता है। एक ही दर से 70 मशीनों को असेंबल करने में कितना समय लगेगा?

| मशीनें | दिन                                            |
|--------|------------------------------------------------|
| 7      | $2\frac{1}{2}$                                 |
| 70     | X                                              |
|        | $X = \frac{70 \times 2.5}{7} = 25 \text{ दिन}$ |

70 मशीनों को असेंबल करने में 25 दिन लगेंगे

- 7 तार के एक रोल का वजन 1.24 किलोग्राम है, इस रोल से 3.7 सेमी लंबा एक टुकड़ा काटा जाता है और इसका वजन 2.93 ग्राम पाया जाता है। रोल में तार की लंबाई क्या है?

| तार का भार | तार की लम्बाई |
|------------|---------------|
| 2.93 gm    | 3.7 cm        |

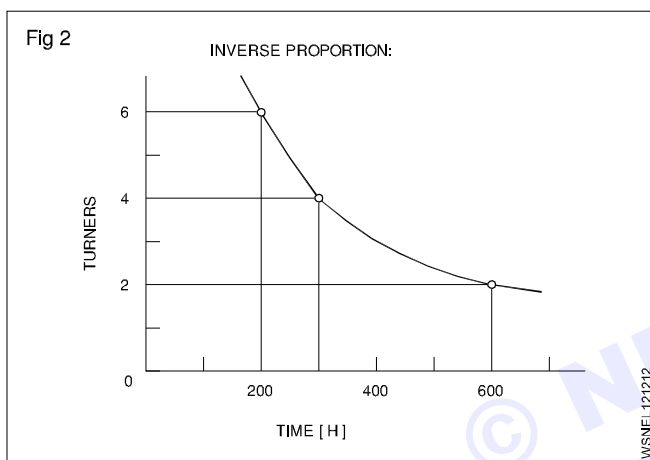
$$1.24 \text{ kg (1240 gm)} \quad x$$

$$x = \frac{1240}{2.93} \times 3.7 = 1566 \text{ cm}$$

$$\text{तार की लम्बाई} = 1566 \text{ cm.}$$

### अप्रत्यक्ष या व्युत्क्रम अनुपात (Indirect or inverse proportion)

एक में अधिक तो दूसरे में कम - एक मात्रा में वृद्धि दूसरे में कमी उत्पन्न करेगी। (Fig 2)



### उदाहरण (Example)

- 1 4 टर्नर एक काम को 300 घंटे में पूरा करते हैं। 6 टर्नर उसी कार्य को करने में कितना समय लेंगे?

समाधान प्रक्रिया तीन चरणों में:

कथन 4 टर्नर लगे = 300 घंटे

यदि 6 टर्नर एक ही कार्य करें तो समय कम हो जाएगा।

अतः यह व्युत्क्रम अनुपात है।

$$\text{एकाधिक भिन्न} \frac{4 \text{ Turners}}{6 \text{ Turners}} \times 300 \text{ hours}$$

$$6 \text{ टर्नर} = 200 \text{ घंटे}$$

परिणाम (Result) - जितना अधिक उतना कम।

- 2 8 श्रमिकों को एक कार्य पूरा करने में 6 दिन लगते हैं। उसी कार्य को पूरा करने में 4 श्रमिकों को कितने दिन लगेंगे?

| श्रमिक | दिन |
|--------|-----|
|--------|-----|

8 6

4 x

$$x = \frac{8}{4} \times 6 = 12 \text{ दिन}$$

4 श्रमिक कार्य पूरा करते हैं = 12 दिन

- 3 5 आदमी एक काम पर काम करके उसे 32 दिनों में पूरा करते हैं। ज्ञात कीजिए कि 8 आदमी उसी कार्य को कितने दिनों में पूरा करेंगे?

| आदमी | दिन |
|------|-----|
| 5    | 32  |
| 8    | x   |

$$x = \frac{5 \times 32}{8} = 4 \times 5 = 20 \text{ दिन}$$

8 आदमी काम पूरा करेंगे = 20 दिन

- 4 150 rpm पर चलने वाला एक इंजन एक शाफ्ट को पुली के व्यास 55 सेमी और संचालित शाफ्ट चरखी के 33 सेमी के व्यास के साथ चलाता है। शाफ्ट की गति ज्ञात कीजिए?

| पुली का व्यास | शाफ्ट का Rpm |
|---------------|--------------|
| 55 cm         | 150          |
| 33 cm         | x            |

$$x = \frac{55 \times 150}{33} = 250 \text{ rpm.}$$

33 cm व्यास की स्पीड 250 rpm चलेगी।

- 5 80 cm व्यास की एक पुली 100 rpm पर घूम रही है और 40 cm व्यास की दूसरी पुली चलाती है। चालित पुली का rpm ज्ञात कीजिए। यदि स्लिप 2.5% है तो rpm ज्ञात कीजिए?

| पुली का व्यास | शाफ्ट का Rpm |
|---------------|--------------|
| 80 cm         | 100          |
| 40 cm         | x            |

$$40 \text{ cm व्यास} = 200 \text{ rpm.}$$

$$\text{Slip is 2.5\%} = 195 \text{ rpm.}$$

### समस्याएँ दोनों से जुड़ी हैं

### उदाहरण (Example)

- 2 टर्नर को 20 टुकड़े बनाने के लिए 3 दिन की आवश्यकता होती है। 6 टर्नर को ऐसे 30 टुकड़े बनाने में कितना समय लगेगा?

कथन (Statement)

$$2 \text{ टर्नर, 20 टुकड़े} = 3 \text{ दिन}$$

$$6 \text{ टर्नर, 30 टुकड़े} = \text{कितने दिन।}$$

पहला स्टेप (Fig 3)

$$\text{कथन} \quad 20 \text{ टुकड़ों के लिए } 2 \text{ टर्नर} = 3 \text{ दिन}$$

$$20 \text{ टुकड़ों के लिए } 1 \text{ टर्नर} = 3 \times 2 = 6 \text{ दिन}$$

$$\text{Multiple} \quad 20 \text{ टुकड़ों के लिए } 6 \text{ टर्नर} = \frac{6}{6} = 1 \text{ दिन}$$

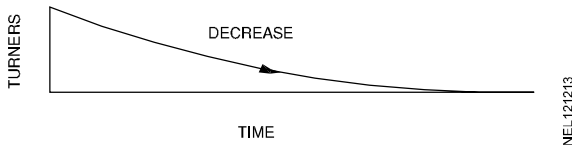
$$\text{Statement} \quad 20 \text{ टुकड़ों के लिए } 6 \text{ टर्नर} = 1 \text{ दिन}$$

$$\text{Single} \quad 1 \text{ टुकड़े के लिए } 6 \text{ टर्नर} = \frac{1}{20} \text{ दिन}$$

$$\text{Multiple} \quad 30 \text{ टुकड़ों के लिए } 6 \text{ टर्नर} = \frac{1}{20} \times 30 = 1.5 \text{ दिन}$$

### व्युत्क्रम अनुपात - जितना अधिक उतना कम।

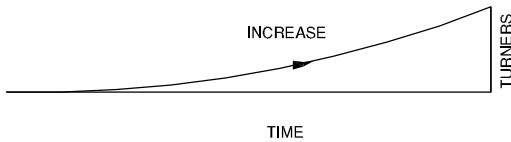
Fig 3



WSNEL121213

दूसरा स्टेप (Fig 4)

Fig 4



WSNEL121214

### प्रत्यक्ष अनुपात - जितना अधिक, उतना अधिक।

पहले कथन लिखकर समस्या का समाधान करें और इसमें शामिल अनुपात के प्रकार के अनुसार सिंगल और फिर मल्टीपल की ओर बढ़ें।

#### परिचय (Introduction)

मोटर वाहन गणना पर लागू आनुपातिक बुनियादी सिद्धांतों पर नीचे चर्चा की गई है।

#### साधारण अनुपात (Simple Proportion)

- समानुपात (Proportion)

यह दो अनुपातों के बीच समानता है

#### यौगिक और व्युत्क्रम अनुपात (Compound and Inverse proportions)

- यौगिक अनुपात (Compound proportions)

#### उदाहरण (Example)

5 फिटर को 6 वाहनों की ओवरहालिंग पूरी करने में 21 दिन लगते हैं 7 फिटर 8 वाहनों की ओवरहालिंग करने में कितना समय लेंगे (मान लें कि प्रत्येक वाहन की ओवरहालिंग का समय स्थिर है)

इसमें प्रत्यक्ष एवं अप्रत्यक्ष दोनों अनुपातों का प्रयोग किया जाता है।

- 1 फिटर 1 वाहन की ओवरहालिंग कुछ दिनों (कम समय) में करेगा।
- मात्राएँ (दिनों की संख्या) सबसे आखिर में ली जाती हैं क्योंकि इस मामले में यही उत्तर आवश्यक है।

| फिटर | वाहन | दिन |
|------|------|-----|
| 5    | 6    | 21  |
| 7    | 8    | X   |

$$\left( \frac{21 \times 5}{6 \times 7} \right) \times 8 = 20 \text{ days}$$

Ans: 7 फिटर 20 दिनों में 8 वाहनों की ओवरहालिंग करेंगे।

#### व्युत्क्रमानुपाती (Inverse proportion)

कभी-कभी अनुपातों को व्युत्क्रम में लिया जाता है।

#### उदाहरण (Example)

- यदि एक जल पंप ईंधन टैंक को 12 मिनट में भरता है, तो दो पंप ईंधन टैंक को भरने में लगने वाले समय का आधा समय लेंगे।

#### समय दोगुना नहीं होना चाहिए

- एक टैंक को भरने में 2 पंपों को 30 मिनट लगेंगे, इसी तरह के 6 पंपों को इस टैंक को भरने में कितना समय लगेगा?

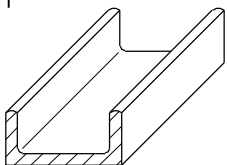
| Pump | Time |
|------|------|
| 2    | 30   |
| 6    | X    |

$$\text{Ans: 6 पंपों द्वारा लिया गया समय} = \frac{30 \times 2}{6} = 10 \text{ minutes}$$

### असाइनमेंट (Assignment)

1

Fig 1



WSNEL121221

लम्बाई = 6.1 मीटर  
भार = 32 kgf  
एक ही चैनल के 1 मीटर का भार  
= \_\_\_\_\_ kgf

2

Fig 2

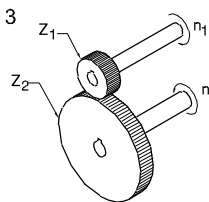


WSNEL121222

$d_1 = 120 \text{ mm}$   
 $d_2 = 720 \text{ mm}$   
 $n_1 = 1200 \text{ rpm}$   
 $n_2 = \text{_____ rpm}$

3

Fig 3

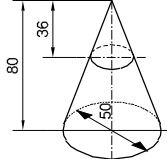


WSNEL121223

$Z_1 = 42 \text{ T}$   
 $n_2 = 96 \text{ rpm}$   
 $n_1 = 224 \text{ rpm}$   
 $Z_2 = \text{_____ T}$

4

Fig 4



WSNEL121224

$D = 50 \text{ mm}$   
 $H = 80 \text{ mm}$   
 $h = 36 \text{ mm}$   
 $d = \text{_____ mm}$

- 5 यदि एक मैकेनिक 3 दिन में 8 मशीनें असेंबल करता है तो उसे 60 मशीनें असेंबल करने में कितना समय लगेगा?
- 6 एक ऑटो शॉप में ग्राइंडिंग व्हील 1000 rpm बनाता है और ड्राइवेन पुली 200 mm व्यास की होती है। यदि ड्राइविंग पुली 150 mm व्यास की है। ड्राइविंग पुली का rpm ज्ञात करें।
- 7 किसी वाहन की गियरिंग में निम्नलिखित तथ्य पाए जाते हैं।
- 180 mm व्यास वाला गियर 60 mm व्यास वाले गियर से मेल खाता है। यदि बड़ा गियर 60 rpm बनाता है। छोटे गियर का rpm क्या होगा?
- 8 एक वाहन का काम 5 मैकेनिकों द्वारा 4 दिनों में पूरा किया जाता है। यदि केवल 3 मैकेनिक उपलब्ध हों तो कार्य कितने दिनों में पूरा हो सकता है ?

© NIMI  
NOT TO BE REPUBLISHED

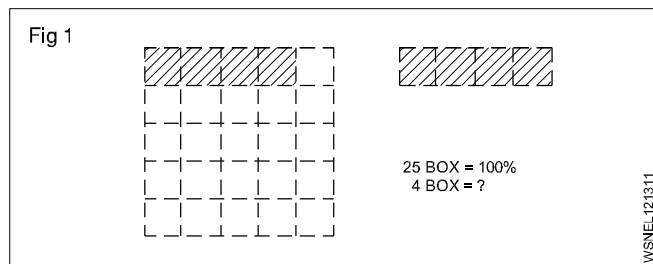
## वर्गमूल, अनुपात और समानुपात, प्रतिशत (Square root, Ratio and Proportions, Percentage) - प्रतिशत (Percentage)

### प्रतिशत (Percentage)

प्रतिशत एक प्रकार का भिन्न है जिसका हर हमेशा 100 होता है। प्रतिशत का प्रतीक % है, जो संख्या के बाद लिखा जाता है। जैसे 16%.

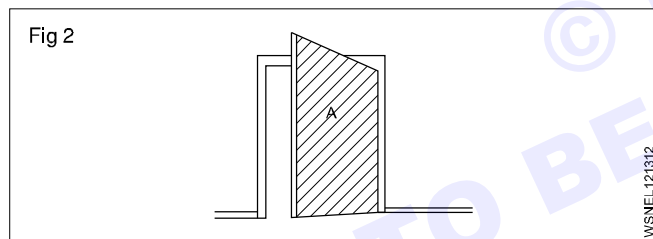
$$\text{Ex. } \frac{16}{100} = 0.16$$

दशमलव रूप में यह 0.16 है। प्रतिशत गणना में तीन का नियम भी शामिल है। कथन (दिए गए डेटा), सिंगल के लिए, और फिर मल्टीपल के लिए जो उत्तर की गणना के लिए है। (Fig 1)



उदाहरण (Example)

एक दरवाजा बनाने के लिए कुल रॉ शीट धातु की मात्रा 3.6 मीटर<sup>2</sup> थी और वेस्टेज 0.18 मीटर<sup>2</sup> थी। वेस्टेज के % की गणना करें। (Fig 2)



समाधान प्रक्रिया तीन चरणों में।

#### Statement:

दरवाजे का क्षेत्रफल (A) = 3.6 m<sup>2</sup> = 100 %.

वेस्टेज = 0.18 m<sup>2</sup>

सिंगल :  $\frac{100}{3.6} \times 1 \text{ m}^2$

मल्टीपल : for 0.18 m<sup>2</sup> =  $\frac{100}{3.6} \times 0.18$ .

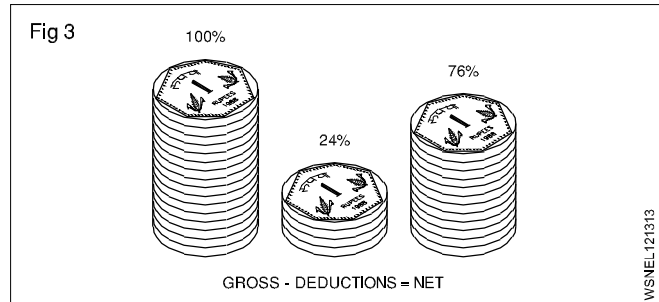
वेस्टेज = 5%.

दिए गए आंकड़ों का विश्लेषण करें और इकाई के माध्यम से उत्तर पर पहुंचने के लिए आगे बढ़ें।

### उदाहरण (Example)

एक फिटर को 984.50 रुपये का टेक-होम वेतन मिलता है।

यदि कटौती 24% है, तो उसका कुल वेतन क्या है? (Fig 3)



कुल वेतन 100%

कटौती 24%

टेक होम सैलरी 76%

यदि घर ले जाने का वेतन 76 रुपये है, तो उसका वेतन 100 है।

1% के लिए यह है  $\frac{1}{76}$

984.50 रुपये में यह  $\frac{1}{76} \times 984.50$  है।

100% के लिए यह  $\frac{984.50}{76} \times 100 = 1295.39$  है।

100% यानी सकल वेतन = 1295.40 रुपये

### उदाहरण 1

200 लीटर क्षमता के एक तेल बैरल से 75 लीटर तेल निकाला जाता है। इसमें लिया गया प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

हल (Solution)

लिया गया तेल का % = निकाला गया तेल (लीटर) / बैरल की क्षमता (लीटर) x 100

$$= \frac{75}{200} \times 100 = 37\frac{1}{2}\%$$

### उदाहरण 2

एक स्पेयर पार्ट 15% पर बेचा जाता है। 15000/- रुपये की कीमत पर एक ग्राहक को लाभ, निम्नलिखित का पता लगाएं (a) खरीद मूल्य क्या है (b) लाभ क्या है।

हल (Solution): CP = X ,

CP = cost price

SP = sale price

SP = CP + 15% of CP

$$15000 = X + \frac{15X}{100} = \frac{100X + 15X}{100}$$

$$X = \frac{1500000}{115} = 13043.47$$

लाभ = SP - CP = 15000 - 13043.47 = 1956.53

क्रय मूल्य = Rs.13,043/लाभ = Rs. 1957

### उदाहरण 3

सड़क पर परीक्षण की गई 80000 कारों में से केवल 16000 कारों में कोई खराबी नहीं थी। इस स्वीकृति में प्रतिशत कितना है।

$$= \frac{160000}{80000} \times 100 = \frac{100}{5} = 20\%$$

### उदाहरण 4

एक मोटर साइकिल की कीमत मूल कीमत से 92% कम हो गई है और अब 18000/- रुपये में बेची जाती है, मूल कीमत क्या थी?

हल (Solution)

मोटर साइकिल की वर्तमान कीमत 18000 रु

यह मूल कीमत का 92% मूल्य है

$$\begin{aligned} \text{मूल कीमत} &= 18000 \times \frac{100}{92} = \frac{1800000}{92} \\ &= 19565 \text{ रुपये} \end{aligned}$$

### उदाहरण 5

एक मोटर वाहन 30 kmph की गति से यात्रा करते समय प्रतिदिन 100 लीटर पेट्रोल का उपयोग करता है। टॉप ओवरहालिंग के बाद खपत प्रति दिन 90 लीटर तक गिर जाती है। बचत का प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

हल (Solution)

बचत का प्रतिशत = खपत में कमी/मूल खपत x 100

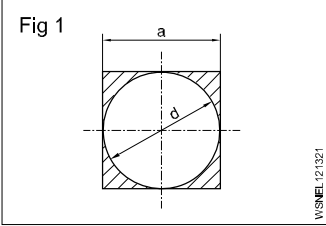
$$= (100 - 90) \frac{\text{litres}}{100} \times 100$$

$$= \frac{100}{92} \times 100$$

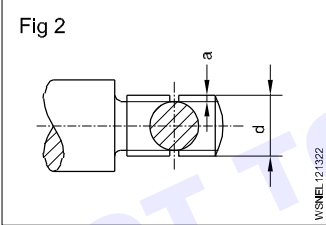
$$= 10\% \text{ ईंधन की बचत}$$

## असाइनमेंट (Assignment)

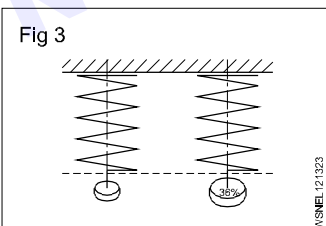
- Fig 1



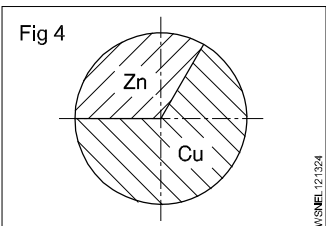
a = 400mm (वर्ग का किनारा)  
d = 400 mm  
वेस्टेज = \_\_\_\_ %.
- Fig 2



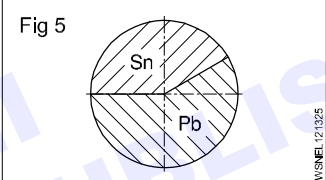
d = 26mm  
'a' यू/कट की गहराई = 2.4mm  
क्रॉस-सेक्शन पर क्षेत्रफल की कमी  
= \_\_\_\_ %
- Fig 3



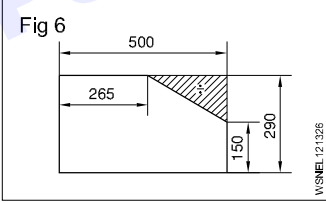
वृद्धि का प्रतिशत = 36%  
वृद्धि का मूल्य = 611.2 N/mm<sup>2</sup>  
मूल तन्य शक्ति = \_\_\_\_ N/mm<sup>2</sup>.
- Fig 4



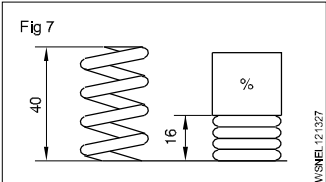
मिश्रधातु में तांबा = 27 kg  
मिश्रधातु में ज़िंक = 18 kg  
तांबे का % = \_\_\_\_ %  
ज़िंक का % = \_\_\_\_ %.
- Fig 5



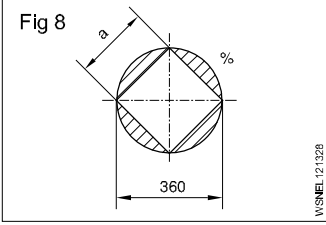
मिश्रधातु का भार = 140 Kgf  
Sn का भार 40%  
Pb = \_\_\_\_ Kgf.  
Sn = \_\_\_\_ Kgf.
- Fig 6



छायांकित भाग = \_\_\_\_ %.
- Fig 7



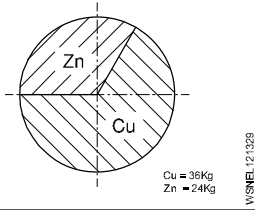
संपीडन लंबाई = \_\_\_\_ %.
- Fig 8



d = 360 mm  
a = 0.707 x d  
वेस्टेज = \_\_\_\_ %.

9

Fig 9



Cu = 36 Kg

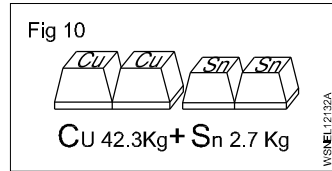
Zn = 24 Kg

Cu = \_\_\_\_ %

Zn = \_\_\_\_ %

10

Fig 10



Cu = 42.3 Kg

Sn = 2.7 Kg

Cu \_\_\_\_ %

Sn = \_\_\_\_ %

© NIMI  
NOT TO BE REPUBLISHED

**वर्गमूल, अनुपात और समानुपात, प्रतिशत (Square root, Ratio and Proportions, Percentage) - प्रतिशत को दशमलव और भिन्न में बदलना (Changing percentage to decimal and fraction)**

**भिन्न को प्रतिशत में परिवर्तित करना (Conversion of Fraction into Percentage)**

1  $\frac{1}{2}$  को प्रतिशत में बदलें।

$$\text{हल (Solution): } \frac{1}{2} \times 100 \\ = 50\%$$

2  $\frac{1}{11}$  को प्रतिशत में बदलें

$$\text{हल (Solution): } \frac{1}{11} \times 100 = \frac{100}{11} \\ = 9.01\%$$

निम्नलिखित भिन्न को प्रतिशत में बदलें।

1  $\frac{1}{4}$

2  $\frac{1}{5}$

3  $\frac{2}{3}$

4  $\frac{3}{8}$

**प्रतिशत का भिन्न में रूपांतरण (Conversion of Percentage into Fraction)**

1 24% को भिन्न में बदलें

$$\text{हल (Solution): } \frac{24}{100} = \frac{6}{25}$$

2  $33\frac{1}{3}\%$  को भिन्न में बदलें

$$\text{हल (Solution): } = \frac{33\frac{1}{3}}{100} = \frac{\frac{100}{3}}{100} = \frac{100}{3} \times \frac{1}{100} \\ = \frac{1}{3}$$

निम्नलिखित प्रतिशत को भिन्न में परिवर्तित करें

1 15%

2  $87\frac{1}{2}\%$

3 80%

4 12.5%

**दशमलव भिन्न का प्रतिशत में रूपांतरण (Conversion of Decimal Fraction into Percentage)**

1 0.35 को प्रतिशत में बदलें

$$\text{हल (Solution): } 0.35 \times 100 \\ = 35\%$$

2 0.375 को प्रतिशत में बदलें

$$\text{हल (Solution): } 0.375 \times 100 \\ = 37.5\%$$

निम्नलिखित दशमलव भिन्न को प्रतिशत में बदलें

1 0.2

2 0.004

3 0.875

4 0.052

**प्रतिशत का दशमलव भिन्न में रूपांतरण (Conversion of Percentage into Decimal fraction)**

1 30% को दशमलव भिन्न में बदलें

$$\text{हल (Solution): } \frac{30}{100} = 0.3$$

2  $33\frac{1}{3}\%$  को दशमलव भिन्न में बदलें

$$\text{हल (Solution): } = \frac{33\frac{1}{3}}{100} = \frac{\frac{100}{3}}{100} = \frac{100}{3} \times \frac{1}{100} \\ = \frac{1}{3} = 0.333$$

निम्नलिखित प्रतिशत को दशमलव भिन्न में बदलें

1 15%

2 7%

3  $12\frac{1}{2}\%$

4 90%

## मटेरियल साइंस (Material science) - धातु के प्रकार, लौह और अलौह धातुओं के प्रकार (Types of metal, types of ferrous and non ferrous metals)

### धातुओं के प्रकार (Types of metals)

धातुएँ दो प्रकार की होती हैं :

1 लौह धातु (Ferrous metal)

2 अलौह धातु (Non-ferrous metal)

**1 लौह धातुएँ (Ferrous metals) :** वे धातुएँ जिनमें अधिकांश भाग लोहा और कार्बन होता है, लौह धातुएँ कहलाती हैं, जैसे पिग आयरन, माइल्ड स्टील, निकल आदि, इनमें लोहे के गुण होते हैं, जैसे जंग लगना, चुम्बकत्व आदि।

**2 अलौह धातुएँ (Non-ferrous metals) :** वे धातुएँ जिनमें लोहा या कार्बन नहीं होता और जिनमें लोहे का गुण नहीं होता, अलौह धातुएँ कहलाती हैं, जैसे तांबा, एल्युमीनियम आदि।

### लौह और अलौह मिश्र धातुएँ (Ferrous and Non ferrous alloys)

#### मिश्रधातुएँ और लौह मिश्रधातुएँ (Alloying metals and ferrous alloys)

दो या दो से अधिक धातुओं को एक साथ पिघलाकर मिलाने से मिश्रधातु बनती है।

लौह धातुओं और मिश्रधातुओं के लिए लोहा मुख्य घटक धातु है। मिश्रित धातु के प्रकार और प्रतिशत के आधार पर, मिश्र धातु इस्पात की संपत्ति अलग-अलग होगी।

#### धातुएं आमतौर पर मिश्र धातु इस्पात बनाने के लिए उपयोग की जाती हैं (Metals commonly used for making alloy steels)

##### निकल (Nickel) (Ni)

यह एक कठोर धातु है तथा अनेक प्रकार के संक्षारण जंग के प्रति प्रतिरोधी है।

इसका उपयोग निकल, कैडमियम बैटरी, बॉयलर ट्यूब, आंतरिक दहन इंजन के वाल्व, इंजन स्पार्क प्लग इत्यादि जैसे औद्योगिक अनुप्रयोगों में किया जाता है। निकल का पिघलने बिंदु 1450 डिग्री सेल्सियस है निकल को चुंबकित किया जा सकता है। स्थायी चुम्बकों के निर्माण में एक विशेष निकल स्टील मिश्र धातु का उपयोग किया जाता है। निकेल का उपयोग इलेक्ट्रोप्लेटिंग के लिए भी किया जाता है। इन्वार स्टील में लगभग 36% निकल होता है। यह कठोर और संक्षारण प्रतिरोधी है। परिशुद्धता वाले उपकरण इन्वार स्टील से बने होते हैं क्योंकि इसमें विस्तार का गुणांक सबसे कम होता है।

निकेल-स्टील मिश्र धातुएँ उपलब्ध हैं जिनमें 2% से 50% तक निकेल होता है।

##### क्रोमियम (Chromium) (Cr)

क्रोमियम, जब स्टील में मिलाया जाता है, तो स्टील के संक्षारण प्रतिरोध, चीमड़पन और कठोरता में सुधार होता है। क्रोमियम स्टील्स उपलब्ध हैं जिनमें 30% तक क्रोमियम हो सकता है।

ऑटोमोबाइल घटकों और कटिंग टूल्स को बनाने के लिए क्रोमियम, निकल, टंगस्टन और मोलिब्डेनम को मिश्रित किया जाता है।

क्रोमियम का उपयोग इलेक्ट्रोप्लेटिंग घटकों के लिए भी किया जाता है। सिलेंडर लाइनर अंदर से क्रोम प्लेटेड होते हैं ताकि उनमें घिसाव प्रतिरोधी गुण हों। स्टेनलेस स्टील में लगभग 13% क्रोमियम होता है। बीयरिंग के लिए क्रोमियम-निकल स्टील का उपयोग किया जाता है। क्रोम-वैनेडियम स्टील का उपयोग स्पैनर और रिंच जैसे हैन्ड टूल्स बनाने के लिए किया जाता है।

##### मैंगनीज (Manganese) (Mn)

स्टील में मैंगनीज मिलाने से कठोरता और सामर्थ्य बढ़ जाती है लेकिन शीतलन दर कम हो जाती है।

कठोर कोर के साथ घिसाव प्रतिरोधी सतह प्रदान करने के लिए बाहरी सतह को सख्त करने के लिए मैंगनीज स्टील का उपयोग किया जा सकता है। लगभग 14% मैंगनीज युक्त मैंगनीज स्टील का उपयोग हल और ब्लेड जैसे कृषि उपकरण बनाने के लिए किया जाता है।

##### सिलिकॉन (Silicon) (Si)

स्टील के साथ मिश्रधातु बनाने के लिए सिलिकॉन मिलाने से उच्च तापमान ऑक्सीकरण के प्रति प्रतिरोध में सुधार होता है।

इससे लोच और संक्षारण प्रतिरोध में भी सुधार होता है। संक्षारण प्रतिरोध के कारण, सिलिकॉन मिश्र धातु स्टील्स का उपयोग स्प्रिंग्स और कुछ प्रकार के स्टील के निर्माण में किया जाता है। कच्चे लोहे में लगभग 2.5% सिलिकॉन होता है यह मुक्त ग्रेफाइट के निर्माण में मदद करता है जो कच्चे लोहे की मशीनीकरण को बढ़ावा देता है।

##### टंगस्टन (Tungsten) (W)

टंगस्टन का पिघलने का तापमान 3380°C होता है इसे पतले तारों में खींचा जा सकता है।

इस कारण इसका उपयोग बिजली के लैंप के फिलामेंट बनाने में किया जाता है।

टंगस्टन का उपयोग हाई स्पीड कटिंग टूल्स के उत्पादन के लिए मिश्रधातु के रूप में किया जाता है। हाई स्पीड स्टील 18% टंगस्टन, 4% क्रोमियम और 1% वैनेडियम का मिश्र धातु है।

स्टेलाइट 30% क्रोमियम, 20% टंगस्टन, 1 से 4% कार्बन और शेष कोबाल्ट का मिश्र धातु है।

##### वैनेडियम (Vanadium) (Va)

इससे स्टील की कठोरता में सुधार होता है। वैनेडियम स्टील का उपयोग गियर, टूल्स आदि के निर्माण में किया जाता है। वैनेडियम टूल स्टील्स में महीन दाने वाली संरचना प्रदान करने में मदद करता है।

क्रोम-वैनेडियम स्टील में 0.5% से 1.5% क्रोमियम, 0.15% से 0.3% वैनेडियम, 0.13% से 1.10% कार्बन होता है।

इस मिश्रधातु में उच्च तन्यता शक्ति, प्रत्यास्थ सीमा और लचीलापन है। इसका उपयोग स्प्रिंग्स, गियर्स, शाफ्ट और ड्रॉप फोर्ड घटकों के निर्माण में किया जाता है।

वैनेडियम हाई स्पीड स्टील में 0.70% कार्बन और लगभग 10% वैनेडियम होता है। इसे एक बेहतर हाई स्पीड स्टील माना जाता है

#### **कोबाल्ट (Cobalt) (Co)**

कोबाल्ट का गलनांक 1495°C है, यह चुंबकीय गुणों को बरकरार रख सकता है और बहुत उच्च तापमान पर भी प्रतिरोध कर सकता है। कोबाल्ट का उपयोग मैग्नेट, बॉल बेयरिंग, कटिंग टूल्स आदि के निर्माण में किया जाता है। कोबाल्ट हाई स्पीड स्टील (कभी-कभी सुपर H.S.S. के रूप में जाना जाता है) में लगभग 5 से 8% कोबाल्ट होता है। इसमें 18% टंगस्टन H.S.S. की तुलना में बेहतर कठोरता और धारण प्रतिरोध के गुण होते हैं।

#### **मोलिब्डेनम (Molybdenum) (Mo)**

मोलिब्डेनम का गलनांक 2620°C है, यह गर्म करने पर नरम होने के विरुद्ध उच्च प्रतिरोध देता है। मोलिब्डेनम हाई स्पीड स्टील में 6% मोलिब्डेनम, 6% टंगस्टन, 4%

क्रोमियम और 2% वैनेडियम होता है। यह हाई स्पीड स्टील बहुत सख्त होता है और इसमें काटने की क्षमता अच्छी होती है।

#### **कैडमियम (Cadmium) (cd)**

कैडमियम का गलनांक 320°C होता है इसका उपयोग स्टील के घटकों पर कोटिंग करने के लिए किया जाता है।

#### **मिश्रधातुएँ और अलौह मिश्रधातुएँ (Alloying Metals and Non Ferrous Alloys)**

##### **अलौह धातुएँ और मिश्र धातुएँ (Non-ferrous Metals And Alloy)**

##### **तांबा और उसकी मिश्रधातुएँ (Copper and its alloys)**

लोहे के बिना धातुएँ अलौह धातुएँ कहलाती हैं। जैसे- तांबा, एल्युमीनियम, जस्ता, लेड और टिन।

##### **ताँबा (Copper)**

इसे इसके अयस्क 'मैलाकाइट' से निकाला जाता है जिसमें लगभग 55% तांबा होता है और 'पाइराइट्स' जिसमें लगभग 32% तांबा होता है।

##### **गुण (Properties)**

तांबे का रंग लाल होता है और इसे इसके रंग के कारण आसानी से पहचाना जा सकता है।

खंडित होने पर संरचना दानेदार होती है, लेकिन जब गढ़ी या लपेटी जाती है तो यह रेशदार होती है।

यह बहुत आघातवर्धनीय और नमनीय है और इसे शीट या तार में बनाया जा सकता है।

यह विद्युत का सुचालक है। तांबे का उपयोग बड़े पैमाने पर विद्युत केबल और विद्युत उपकरण के पार्ट्स के रूप में किया जाता है जो विद्युत प्रवाह का संचालन करते हैं।

तांबा ऊष्मा का अच्छा सुचालक है और संक्षारण के प्रति भी अत्यधिक प्रतिरोधी है। इस कारण से इसका उपयोग बॉयलर फायर बॉक्स, जल तापन उपकरण, जल पाइप और शराब की भट्टी और रासायनिक संयंत्रों में जहाजों के लिए किया जाता है। इसका उपयोग सोल्डरिंग आयरन बनाने में भी किया जाता है।

तांबे का पिघलने का तापमान 1083° C होता है

तांबे की तन्य शक्ति को हथौड़े से मारकर या रोल करके बढ़ाया जा सकता है।

#### **तांबे की मिश्रधातुएँ (Copper Alloys)**

##### **पीतल (Brass)**

यह तांबा और जस्ता का मिश्र धातु है। कुछ विशेष प्रकार के पीतल में थोड़ी मात्रा में टिन या लेड मिलाया जाता है। पीतल का रंग मिश्रित तत्वों के प्रतिशत पर निर्भर करता है। रंग पीला या हल्का पीला या लगभग सफेद होता है। इसे आसानी से मशीनीकृत किया जा सकता है। पीतल संक्षारण प्रतिरोधी भी है।

मोटर कार रेडिएटर कोर और पानी के नल आदि बनाने के लिए पीतल का व्यापक रूप से उपयोग किया जाता है। इसका उपयोग हार्ड सोल्डरिंग/ब्रेजिंग के लिए गैस वेल्डिंग में भी किया जाता है। पीतल का गलनांक 880 से 930°C के बीच होता है

विभिन्न अनुप्रयोगों के लिए विभिन्न संरचना पीतल के बनाए जाते हैं।

##### **कांस्य (Bronze)**

कांस्य मूल रूप से तांबे और टिन का एक मिश्र धातु है। कभी-कभी कुछ विशेष गुणों को प्राप्त करने के लिए इसमें जिंक भी मिलाया जाता है। इसका रंग लाल से पीला तक होता है। कांस्य का गलनांक लगभग 1005°C होता है। यह पीतल से भी अधिक कठोर है। इसे तेज औजारों से आसानी से मशीनीकृत किया जा सकता है। उत्पादित चिप दानेदार होती है। टांकने वाली छड़ों के रूप में विशेष कांस्य मिश्र धातुओं का उपयोग किया जाता है।

विभिन्न अनुप्रयोगों के लिए विभिन्न रचनाओं का कांस्य उपलब्ध है।

##### **लेड और उसकी मिश्रधातुएँ (Lead and its alloys)**

लेड एक बहुत ही सामान्य रूप से उपयोग की जाने वाली अलौह धातु है और इसके विभिन्न प्रकार के औद्योगिक अनुप्रयोग हैं।

लेड का उत्पादन इसके अयस्क 'गैलेना' से होता है। लेड एक भारी धातु है जो पिघलने पर चांदी के रंग का हो जाता है। यह नरम और लचीला है और इसमें संक्षारण के प्रति अच्छा प्रतिरोध है। यह परमाणु विकिरण के विरुद्ध एक अच्छा इन्सुलेटर है। लेड सल्फ्यूरिक एसिड और हाइड्रोक्लोरिक एसिड जैसे कई एसिड के प्रति प्रतिरोधी है।

इसका उपयोग कार की बैटरी में, सोल्डर आदि बनाने में किया जाता है। इसका उपयोग पेंट बनाने में भी किया जाता है।

## लेड (लेड) मिश्र धातु (Lead Alloys)

बैबिट धातु (Babbitt metal)

बैबिट धातु लेड, टिन, तांबा और सुरमा का एक मिश्र धातु है। यह एक नरम, घर्षण-रोधी मिश्र धातु है, जिसे अक्सर बीयरिंग के रूप में उपयोग किया जाता है।

लेड और टिन की मिश्र धातु का उपयोग 'सॉफ्ट सोल्डर' के रूप में किया जाता है।

## जस्ता और उसके मिश्र धातु (Zinc and its alloys)

जंग को रोकने के लिए स्टील पर कोटिंग के लिए जिंक आमतौर पर उपयोग की जाने वाली धातु है। उदाहरण हैं स्टील की बाल्टियाँ, गैल्वनाइज्ड छत की चादरें आदि।

जिंक अयस्क कैलामाइन या ब्लेंड से प्राप्त किया जाता है।

इसका गलनांक  $420^{\circ}\text{C}$  है।

यह भंगुर होता है और गर्म करने पर नरम हो जाता है; यह संक्षारण प्रतिरोधी भी है। इस कारण से इसका उपयोग बैटरी कंटेनरों के लिए किया जाता है और छत की चादरों आदि पर लेप किया जाता है।

गैल्वेनाइज्ड मेटल शीट पर जस्ता का लेप लगाया जाता है।

## टिन और टिन मिश्रधातु (Tin and tin alloys)

टिन (Tin)

टिन का उत्पादन कैसिटेराइट या टिनस्टोन से किया जाता है। यह दिखने में चांदी जैसा सफेद होता है और इसका गलनांक  $231^{\circ}\text{C}$  होता है। यह नरम और अत्यधिक संक्षारण प्रतिरोधी होता है।

इसका उपयोग मुख्यतः खाद्य कंटेनरों के उत्पादन के लिए स्टील शीट पर कोटिंग के रूप में किया जाता है। इसका उपयोग अन्य धातुओं के साथ मिश्रधातु बनाने के लिए भी किया जाता है।

**उदाहरण :** कांस्य बनाने के लिए तांबे के साथ टिन। सोल्डर बनाने के लिए लेड से टिन। बैबिट धातु बनाने के लिए तांबा, लेड और एंटीमनी के साथ टिन।

## एल्युमीनियम (Aluminium)

एल्युमीनियम एक अलौह धातु है जिसे 'बॉक्साइट' से निकाला जाता है। एल्युमीनियम सफेद या सफेद भूरे रंग का होता है। इसका गलनांक  $660^{\circ}\text{C}$  होता है। एल्युमीनियम में उच्च विद्युत और तापीय चालकता होती है। यह नरम और लचीला है, और इसमें कम तन्यता सामर्थ्य है। एल्युमीनियम का हल्केपन के कारण विमान उद्योग और निर्माण कार्य में व्यापक रूप से उपयोग किया जाता है। विद्युत उद्योग में भी इसका अनुप्रयोग बढ़ रहा है। घरेलू हीटिंग उपकरणों में भी इसका काफी उपयोग होता है।

## मटेरियल साइंस (Material science) - लोहा एवं ढलवाँ लोहा का परिचय (Introduction of iron and cast iron)

**लोह धातुएँ (Ferrous Metals)**

वे धातुएँ जिनमें मुख्य सामग्री के रूप में लोहा होता है, लौह धातुएँ कहलाती हैं। विभिन्न गुणों की लौह धातुओं का उपयोग विभिन्न उद्देश्यों के लिए किया जाता है।

**लोहा, कच्चा लोहा, पिटवाँ लोहा और इस्पात का परिचय (Introduction of Iron, Cast Iron, wrought Iron and steel)**

आमतौर पर उपयोग की जाने वाली लौह धातुएँ और मिश्रधातुएँ निम्न लिखित हैं:

- कच्चा लोहा (Pig-iron)
- ढलवाँ लोहा (Cast Iron)
- पिटवाँ लोहा (Wrought Iron)
- स्टील्स और मिश्र धातु स्टील्स (Steels and Alloy steels)

लोहा और इस्पात के उत्पादन के लिए विभिन्न प्रक्रियाओं का उपयोग किया जाता है।

**कच्चा लोहा (Pig-iron) (Manufacturing process)**

कच्चा लोहा लौह अयस्क के रासायनिक अपचयन से प्राप्त होता है। लौह अयस्क को कच्चा लोहा बनाने की इस प्रक्रिया को गलाने के रूप में जाना जाता है।

कच्चा लोहा उत्पादन के लिए आवश्यक मुख्य कच्चा माल निम्न हैं:

- लौह अयस्क (Iron ore)
- कोक (Coke)
- फ्लक्स (Flux)

**लौह अयस्क (Iron ore)**

उपयोग किये जाने वाले मुख्य लौह अयस्क निम्न लिखित हैं:

- मैग्नेटाइट (Magnetite)
- हेमेटाइट (Hematite)
- लिमोनाइट (Limonite)
- कार्बोनाइट (Carbonite)

इन अयस्कों में विभिन्न अनुपात में लोहा होता है और ये प्राकृतिक रूप से उपलब्ध होते हैं

**कोक (Coke)**

कोक वह ईंधन है जिसका उपयोग अपचायक क्रिया को जारी रखने के लिए आवश्यक ऊष्मा देने के लिए किया जाता है। कोक से कार्बन मोनोऑक्साइड के रूप में कार्बन लौह अयस्क के साथ मिलकर इसे लोहे में बदल देता है।

**फ्लक्स (Flux)**

यह एक खनिज पदार्थ है जिसे अयस्क के मेल्टिंग प्वाइंट को कम करने के लिए ब्लास्ट फर्नेस में चार्ज किया जाता है, और यह अयस्क के गैर-धातु वाले हिस्से के साथ मिलकर पिघला हुआ स्लैग बनाता है।

चूना पत्थर ब्लास्ट फर्नेस में सबसे अधिक इस्तेमाल किया जाने वाला फ्लक्स है।

**कच्चा लोहा के गुण और उपयोग (Properties and use of Pig-iron)**

इसलिए, कच्चा लोहा को परिष्कृत और पिघलाया जाता है और अन्य प्रकार के लोहे और स्टील का उत्पादन करने के लिए उपयोग किया जाता है।

**ढलवाँ लोहा (Cast Iron) (निर्माण प्रक्रिया) (Manufacturing process)**

ब्लास्ट फर्नेस से निकाला जाने वाला कच्चा लोहा कुपोला के लिए कच्चे माल का कच्चा रूप है, और कास्टिंग बनाने के लिए इसे और परिष्कृत किया जाना चाहिए। यह शोधन कपोला भट्टी में किया जाता है जो ब्लास्ट फर्नेस का एक छोटा रूप है।

आमतौर पर कपोलों को ब्लास्ट फर्नेस की तरह लगातार नहीं चलाया जाता है बल्कि आवश्यकता पड़ने पर ही चलाया जाता है।

**ढलवाँ लोहा (Cast Iron) (Types)**

कच्चा लोहा लोहा, कार्बन और सिलिकॉन का एक मिश्र धातु है, इसमें कार्बन की मात्रा 2 से 4% तक होती है।

ढलवाँ लोहे के प्रकार

ढलवाँ लोहा निम्नलिखित प्रकार के होते हैं।

- धूसर ढलवाँ लोहा (Grey cast iron)
- सफेद ढलवाँ लोहा (White cast iron)
- आघातवर्धनीय ढलवाँ लोहा (Malleable cast iron)
- गांठदार ढलवाँ लोहा (Nodular cast iron)

**धूसर ढलवाँ लोहा (Grey cast iron)**

इसका उपयोग मशीनरी भागों की ढलाई के लिए व्यापक रूप से किया जाता है और इसे आसानी से मशीनीकृत किया जा सकता है।

मशीन बेस, टेबल, स्लाइडवे कच्चे लोहे से बने होते हैं क्योंकि यह उम्र बढ़ने के बाद आयामी रूप से स्थिर होता है।

अपनी ग्रेफाइट सामग्री के कारण, कच्चा लोहा एक उत्कृष्ट बियरिंग और स्लाइडिंग सतह प्रदान करता है।

इसका गलनांक स्टील की तुलना में कम होता है और चूंकि ग्रे कास्ट आयरन में अच्छी तरलता होती है, इसलिए जटिल ढलाई की जा सकती है।

ग्रे कास्ट आयरन का व्यापक रूप से मशीन टूल्स के लिए उपयोग किया जाता है क्योंकि इसकी कंपन को कम करने और उपकरण की कटकटाने को कम करने की क्षमता होती है।

ग्रे कास्ट आयरन, जब मिश्रधातु नहीं बनाया जाता है, तो काफी भंगुर होता है और इसमें अपेक्षाकृत कम तन्य शक्ति होती है। इस कारण से इसका उपयोग उच्च तनाव या प्रभाव भार के अधीन घटकों के निर्माण के लिए नहीं किया जाता है।

ग्रे कास्ट आयरन को सख्त बनाने के लिए उसे अक्सर निकल, क्रोमियम, वैनेडियम या तांबे के साथ मिश्रित किया जाता है।

ग्रे कास्ट आयरन वेल्ड करने योग्य होता है लेकिन बेस मेटल को पहले से गर्म करने की आवश्यकता होती है।

### सफेद ढलवां लोहा (White cast iron)

यह बहुत कठोर होता है और इसे मशीन में बनाना बहुत मुश्किल होता है, और इस कारण से, इसका उपयोग उन घटकों में किया जाता है जो घर्षण प्रतिरोधी होना चाहिए।

सफेद ढलवां लोहा सिलिकॉन सामग्री को कम करके और तेजी से ठंडा करके बनाया जाता है। इस प्रकार ठंडा करने पर इसे ठंडा ढलवां लोहा कहते हैं।

सफेद ढलवां लोहे को वेल्ड नहीं किया जा सकता।

### आघातवर्धनीय ढलवां लोहा (Malleable cast iron)

ग्रे कास्ट आयरन की तुलना में आघातवर्धनीय ढलवां लोहा में लचीलापन, तन्यता सामर्थ्य और कठोरता बढ़ जाती है।

लगभग 30 घंटे तक चलने वाली लंबी ताप-उपचार प्रक्रिया द्वारा सफेद कच्चे लोहे से आघातवर्धनीय ढलवां लोहा तैयार किया जाता है।

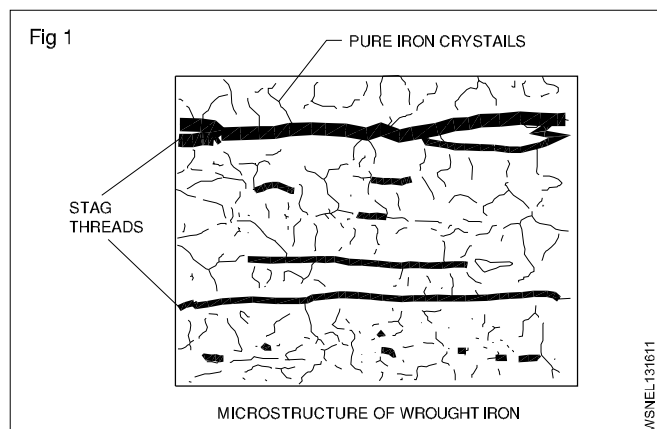
### गांठदार ढलवां लोहा (Nodular cast iron)

यह काफी हद तक आघातवर्धनीय ढलवां लोहे के समान है। लेकिन इसका उत्पादन बिना किसी ताप उपचार के किया जाता है। गांठदार ढलवां लोहा को इस नाम से भी जाना जाता है: गांठदार आयरन - डक्टाइल आयरन - गोलाकार ग्रेफाइट आयरन

इसमें अच्छी मशीनेबिलिटी, कास्टेबिलिटी, घिसाव का प्रतिरोध, कम गलनांक और कठोरता है।

निंदनीय और गांठदार कास्टिंग का उपयोग उन मशीन भागों के लिए किया जाता है जहां उच्च तन्यता तनाव और मध्यम संघात (Impact) लोडिंग होती है। ये कास्टिंग कम खर्चीली हैं और स्टील कास्टिंग का विकल्प हैं।

### पिटवाँ लोहा (निर्माण प्रक्रिया) ((Wrought Iron) (Manufacturing process) (Fig 1)



पिटवाँ लोहा लोहे का सबसे शुद्ध रूप है। पिटवाँ लोहे के विश्लेषण से पता चलता है कि लोहे की मात्रा 99.9% है। (Fig 1) गर्म करने पर पिटवाँ लोहा

पिघलता नहीं है, बल्कि केवल चिपचिपा हो जाता है और इस रूप में इसे किसी भी आकार में ढाला जा सकता है।

बड़ी मात्रा में पिटवाँ लोहे का उत्पादन करने के लिए आधुनिक तरीकों का उपयोग किया जाता है

- पुडलिंग प्रक्रिया (Puddling process)
- एस्टन या बायर्स प्रक्रिया (Aston or Byers process)

### इस्पात (Steel)

यह शुद्ध लोहा है। कार्बन की मात्रा अधिक होती है। कार्बन की अधिकता के कारण यह अधिक कठोर होता है। कार्बन की मात्रा 0.15 से 1.5% तक होती है। इसके अलावा सल्फर, फॉस्फोरस आदि अन्य अशुद्धियाँ भी होती हैं जिन्हें अलग नहीं किया जा सकता। इसे एक निश्चित तापमान पर गर्म करके और तेल या पानी में ठंडा करके कठोर और ठंडा किया जाता है।

विभिन्न प्रकार के स्टील बनाने के लिए निम्नलिखित विधियाँ अपनाई जाती हैं:

- 1 सीमेंटीकरण प्रक्रिया (Cementation process)
- 2 क्रूसिबल प्रक्रिया (Crucible process)
- 3 बेसेमर प्रक्रिया (Bessemer process)
- 4 ओपन हर्थ प्रक्रिया (Open hearth process)
- 5 इलेक्ट्रो थर्मो प्रक्रिया (Electro thermo process)
- 6 उच्च आवृत्ति प्रक्रिया (High frequency process)

### इस्पात के प्रकार (Types of steel)

इस्पात मुख्यतः दो प्रकार के होते हैं:

- 1 सादा इस्पात (Plain steel)
- 2 मिश्रधातु इस्पात (Alloy steel)

**1 सादा इस्पात (Plain steel)** इसमें कार्बन और लौह को मिश्रित किया जाता है कार्बन की प्रतिशतता के अनुसार सादे स्टील्स को इस प्रकार वर्गीकृत किया जाता है:

- A निम्न कार्बन इस्पात (Low carbon steel)
- B मध्यम कार्बन इस्पात (Medium carbon steel)
- C उच्च कार्बन इस्पात (High carbon steel)

**A निम्न कार्बन इस्पात (Low carbon steel):** इसे माइल्ड स्टील भी कहा जाता है। इसमें कार्बन का प्रतिशत 0.15% से 0.25% तक होता है। कार्बन की मात्रा कम होने के कारण यह पर्याप्त नरम होता है तथा तनाव को सहन कर लेता है। इसे फोर्जिंग और रोलिंग के जरिए अलग-अलग आकार में रखा जा सकता है। यह बहुत कठोर या मजबूत नहीं है इसे सामान्य तरीकों से कठोर या ठंडा नहीं किया जा सकता। इसके नट, बोल्ट, रिवेट्स, शीट, तार, टी-आयरन और एंगल आयरन आदि बनाये जाते हैं।

**B मध्यम कार्बन इस्पात (Medium carbon steel):** इसमें कार्बन की मात्रा 0.25% से 0.5% तक होती है। कार्बन की अधिकता के कारण यह हल्के स्टील की तुलना में अधिक सख्त और कड़ा होता है। दृढ़ता अधिक है। इसे कठोर या तड़का लगाया जा सकता है। विभिन्न चीजें फोर्जिंग और रोलिंग द्वारा बनाई जाती हैं। इसका उपयोग

उच्च तन्यता ट्यूब, तार, कृषि उपकरण, कनेक्टिंग रॉड, कैम शाफ्ट, स्पैनर, पुली आदि बनाने के लिए किया जाता है।

- C उच्च कार्बन इस्पात (High carbon steel):** इसमें कार्बन की मात्रा 0.5% से 1.5% तक होती है। यह बहुत कठोर होता है और सबसे कम घिसता है। इसे ताप उपचार द्वारा कठोर किया जा सकता है। इसे न तो ढाला जा सकता है और न ही लुढ़काया जा सकता है। ये बहुत ही चीमड़ और कठोर है यह स्थायी चुंबकीय गुण प्राप्त कर लेता है। इसका उपयोग नुकीले उपकरण, स्प्रिंग्स, पंप, फ़ाइलें, कटलरी, ठंडी छेनी प्रेस डाई आदि बनाने के लिए किया जाता है।

## 2 मिश्रधातु इस्पात (Alloy Steel)

जब स्टील को अन्य धातुओं जैसे विनोलियम, मैंगनीज टंगस्टन आदि के साथ मिलाया जाता है, तो इसे मिश्र धातु स्टील कहा जाता है। मिश्र धातु इस्पात में इसके घटकों के गुण होते हैं।

### मिश्रधातु इस्पात के प्रकार (Types of Alloy Steel)

मिश्र धातु इस्पात दो प्रकार के होते हैं (Two types of alloy steel are:):

- A निम्न मिश्रधातु इस्पात (Low alloy steel)
- B उच्च मिश्रधातु इस्पात (High alloy steel)

**A निम्न मिश्रधातु इस्पात (Low Alloy steel):** कार्बन के अतिरिक्त अन्य धातुएँ कम मात्रा में होती हैं। इसकी तन्य शक्ति अधिक होती है। इस पर वेल्डिंग का काम किया जा सकता है। इसे सख्त और टेम्पर्ड भी लगाया जा सकता है। इसका उपयोग हवाई जहाज के विभिन्न भागों और कैम शाफ्ट आदि के निर्माण में किया जाता है।

**B उच्च मिश्रधातु इस्पात (High Alloy Steel):** कार्बन के अलावा इसमें धातुओं का प्रतिशत निम्न इस्पात मिश्र धातु से भी अधिक है। इसे निम्नलिखित प्रकारों में वर्गीकृत किया गया है:

**a हाई स्पीड स्टील (High Speed Steel):** इसे उच्च टंगस्टन मिश्र धातु इस्पात भी कहा जाता है क्योंकि इसमें टंगस्टन की मात्रा अधिक होती है। टंगस्टन की मात्रा के अनुसार इसे तीन प्रकारों में वर्गीकृत किया गया है:

- 1 टंगस्टन 22%, क्रोमियम 4%, वैनेडियम 1%
- 2 टंगस्टन 18%, क्रोमियम 4%, वैनेडियम 1%
- 3 टंगस्टन 14%, क्रोमियम 4%, वैनेडियम 1%

काटने के उपकरण इससे बनाए जाते हैं क्योंकि यह बहुत कठोर होता है लेकिन कम क्रांतिक तापमान पर नरम हो जाता है। यह तापमान उपकरण की काटने की प्रक्रिया से बढ़ जाता है, तो काटने वाला उपकरण बेकार हो जाता है और काम के लिए अयोग्य हो जाता है। लेकिन टंगस्टन का प्रतिशत अधिक होने के कारण यह उच्च तापमान तक कार्य करता रहता है। इसका उपयोग काटने के उपकरण, ड्रिल, कटर, रीमर, हैक्सॉ ब्लेड आदि के लिए किया जाता है।

**b निकल स्टील (Nickel Steel):** इसमें 0.3% कार्बन तथा 0.25 से 0.35% निकेल मौजूद होता है। निकेल के कारण इसकी तन्य शक्ति, प्रत्यास्थ सीमा तथा कठोरता बढ़ जाती है। इसमें जंग नहीं

लगती। इसमें मौजूद 0.35% निकल के कारण इसकी काटने की प्रतिरोधक क्षमता सादे कार्बन और स्टील से 6 गुना अधिक बढ़ जाती है। इसका उपयोग रिबेट्स, पाइप, एक्सल शाफ्टिंग, बसों और हवाई जहाज के हिस्सों को बनाने के लिए किया जाता है। यदि 5% कोबाल्ट को 30-35% निकल के साथ मिला दिया जाए तो यह इन्वार् स्टील बन जाता है। इसका उपयोग मुख्यतः कीमती उपकरण बनाने में किया जाता है

**c वैनेडियम स्टील (Vanadium Steel):** इसमें 1.5% कार्बन 12.5% टंगस्टन, 4.5% क्रोमियम, 5% वैनेडियम और 5% कोबाल्ट होता है। इसकी प्रत्यास्थता सीमा, तन्यता सामर्थ्य तथा लचीलापन अधिक होता है। इसमें तेज झटके सहने की ताकत होती है इसका उपयोग मुख्यतः औजारों के निर्माण में किया जाता है।

**d मैंगनीज स्टील (Manganese Steel):** इसे विशेष उच्च मिश्र धातु इस्पात भी कहा जाता है। इसमें 1.6 से 1.9% मैंगनीज और 0.4 से 0.5% कार्बन होता है। यह कठोर और कम घिसाव वाला होता है। इस पर चुम्बक का कोई प्रभाव नहीं पड़ता। इसका उपयोग ग्राइंडर तथा रेल पॉइंट आदि में किया जाता है।

**e स्टेनलेस स्टील (Stainless Steel):** इसमें लोहे के साथ-साथ 0.2 से 90.6% कार्बन, 12 से 18% क्रोमियम, 8% निकल और 2% मोलिब्डेनम होता है। इसका उपयोग चाकू, कैंची, बर्तन, हवाई जहाज के पार्ट्स, तार, पाइप और गियर आदि बनाने के लिए किया जाता है।

### स्टेनलेस स्टील के गुण (Properties of stainless steel):

- 1 उच्च संक्षारण प्रतिरोध (Higher corrosion resistance)
- 2 उच्च क्रायोजेनिक कठोरता (Higher cryogenic toughness)
- 3 उच्चतर वर्क हार्डनिंग दर (Higher work hardening rate)
- 4 उच्चतर गर्म शक्ति (Higher hot strength)
- 5 उच्च लचीलापन (Higher ductility)
- 6 उच्च शक्ति एवं कठोरता (Higher strength and hardness)
- 7 अधिक आकर्षक उपस्थिति (More attractive appearance)
- 8 कम रखरखाव (Lower maintenance)

**f सिलिकॉन स्टील (Silicon Steel):** इसमें 14% सिलिकॉन होता है। सिलिकॉन के प्रतिशत के अनुसार इसके उपयोग विविध हैं। निर्माण कार्य में 0.5% से 1% सिलिकॉन, 0.7 से 0.95% मैंगनीज मिश्रण का उपयोग किया जाता है। 2.5 से 4% सिलिकॉन सामग्री मिश्रण का उपयोग इलेक्ट्रिक मोटर, जनरेटर, ट्रांसफार्मर के लेमिनेशन के निर्माण के लिए किया जाता है। रासायनिक उद्योगों में 14% सिलिकॉन सामग्री मिश्रण का उपयोग किया जाता है।

**g कोबाल्ट स्टील (Cobalt Steel):** उच्च कार्बन स्टील में 5 से 35% कोबाल्ट होता है। कठोरता और दृढ़ता अधिक होती है इसमें चुंबकीय गुण होता है इसलिए इसका उपयोग स्थायी चुंबक बनाने के लिए किया जाता है।

## द्रव्यमान, भार, आयतन और घनत्व (Mass, Weight, Volume and Density) - द्रव्यमान, आयतन, घनत्व और भार (Mass, volume, density and weight)

### द्रव्यमान (Mass)

किसी पिंड का द्रव्यमान किसी पिंड में निहित पदार्थ की मात्रा है। F.P.S प्रणाली में द्रव्यमान की इकाई C.G.S में पाउंड (lb) है। सिस्टम ग्राम (gr) और M.K.S और S.I सिस्टम में किलोग्राम (किग्रा)। 1 टन जो 1000 किलोग्राम होता है उसका भी कभी-कभी उपयोग किया जाता है। रूपांतरण कारक 1000 है। रूपांतरण के दौरान तीन दशमलव स्थानों को स्थानांतरित किया जाता है। उदाहरण के लिए 1 टन = 1000 किग्रा 1 ग्राम = 1000 mg।

m- किसी पिंड का द्रव्यमान

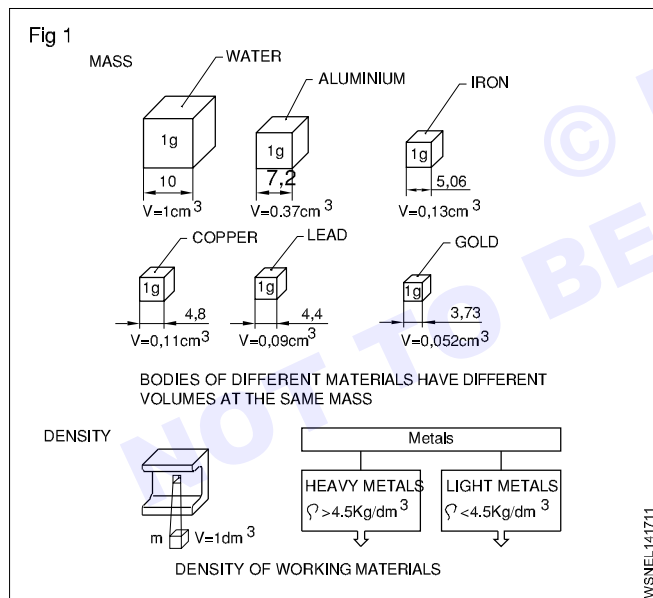
g - गुरुत्वीय त्वरण मीटर/सेकंड<sup>2</sup> में = 9.81 m/s<sup>2</sup>

V - शरीर का आयतन

p - घनत्व (उच्चारण 'rho')

W or FG- भार या भार बल

### द्रव्यमान (Mass) (Fig 1)



### घनत्व (Density)

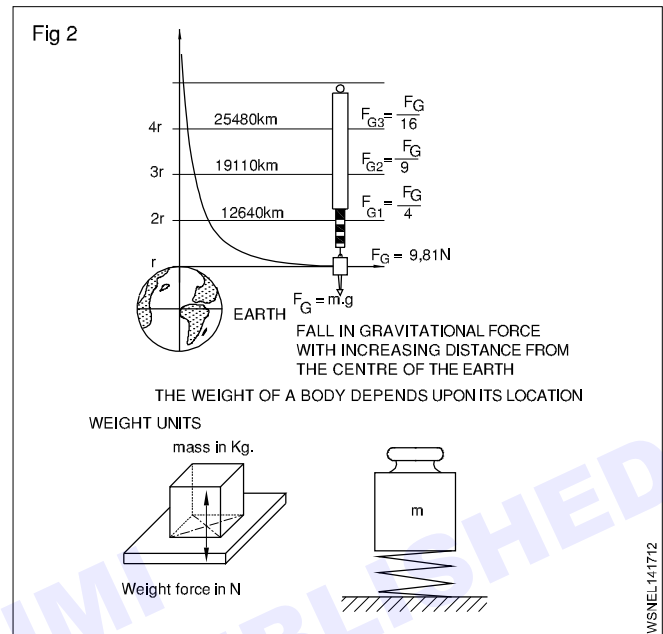
घनत्व प्रति इकाई आयतन किसी पिंड का द्रव्यमान है। इसलिए इसकी इकाई gr/cm<sup>3</sup> या kg/dm<sup>3</sup> या टन/m<sup>3</sup> होगी।

$$\text{घनत्व} = \frac{\text{mass}}{\text{volume}} = \frac{m}{v} = \rho$$

### भार (Weight) (Fig 2)

भार वह बल है जिसके द्वारा कोई वस्तु पृथ्वी द्वारा अपने केंद्र की ओर

आकर्षित होती है। यह पिंड के द्रव्यमान और गुरुत्वाकर्षण के कारण त्वरण का गुणनफल है। किसी वस्तु का वजन उसके स्थान पर निर्भर करता है।



$$\text{वजन} = W \text{ or } FG = \text{द्रव्यमान} \times \text{गुरुत्वाकर्षण बल} \\ = m \times g$$

| प्रणाली (System) | पूर्ण इकाई (Absolute)        | व्युत्पन्न इकाई (Derived) | रूपांतरण (Conversion)                                     |
|------------------|------------------------------|---------------------------|-----------------------------------------------------------|
| F.P.S. प्रणाली   | 1 poundal                    | 1 Lb wt                   | 32.2 poundals<br>(1 lb x 1 ft/sec <sup>2</sup> = 1 pound) |
| प्रणाली (C.G.S.) | 1 dyne                       | 1 Gr.wt                   | 981 dynes                                                 |
| प्रणाली (M.K.S.) | 1 gr x 1 cm/sec <sup>2</sup> | 1 kg.wt                   | 1 Newton =                                                |
| प्रणाली (S.I.)   | Newton                       | Newton                    | 1 kg x 1 m/sec <sup>2</sup>                               |

$$1 \text{ kg.wt} = 9.81 \text{ Newton} \quad 1 \text{ Newton} = 10^5 \text{ dynes.} \\ (\text{approximately } 10\text{N})$$

## द्रव्यमान एवं भार में अंतर (Difference between mass and weight)

| क्र. सं. | द्रव्यमान                                                                          | भार                                                                       |
|----------|------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|
| 1        | द्रव्यमान किसी पिंड में पदार्थ की मात्रा है (अर्थात्) किसी पिंड में पदार्थ का माप। | भार गुरुत्वीय त्वरण के कारण द्रव्यमान पर लगने वाले बल की मात्रा का माप है |
| 2        | यह स्थिति या स्थान पर निर्भर नहीं है।                                              | यह स्थिति, स्थान और जगह पर निर्भर करता है।                                |
| 3        | किसी वस्तु का द्रव्यमान शून्य नहीं होगा                                            | गुरुत्वाकर्षण अनुपस्थित होने पर वस्तु का भार शून्य होगा।                  |
| 4        | इसे भौतिक तुला से मापा जाता है                                                     | इसे स्प्रिंग तुला द्वारा मापा जाता है                                     |
| 5        | यह एक अदिश राशि है                                                                 | यह एक सदिश राशि है                                                        |
| 6        | पानी में डुबोने पर द्रव्यमान नहीं बदलता है                                         | पानी में डुबाने पर भार बदल जाएगा                                          |
| 7        | इकाई ग्राम एवं किलोग्राम में है                                                    | इकाई किलोग्राम भार में है, बल की एक इकाई है                               |

द्रव्यमान और भार अलग-अलग राशियाँ हैं।

किसी पिंड का द्रव्यमान आयतन  $\times$  घनत्व के बराबर है।

भार बल द्रव्यमान और गुरुत्वीय त्वरण के गुणनफल के बराबर है।

## वजन, और घनत्व (Weight and Density)

अब यह देखा गया है कि किसी पदार्थ का द्रव्यमान बिना आयतन के संदर्भ के केवल उसके भार से मापा जाता है। लेकिन अगर लीड और एल्युमीनियम के बराबर वजन की तुलना की जाए तो लीडका आयतन एल्युमीनियम के आयतन से बहुत कम होता है। तो अब हम कह सकते हैं कि लीड एल्युमीनियम से अधिक सघन है। यानी दूसरे शब्दों में लीड्स का घनत्व एल्युमीनियम से अधिक होता है। (Fig 3 & 4)

द्रव्यमान और आयतन के संबंध को घनत्व कहते हैं।

घनत्व आयतन के द्रव्यमान को व्यक्त करता है जैसे  $1 \text{ dm}^3$  पानी का द्रव्यमान  $1 \text{ kg}$  है - इस प्रकार घनत्व  $1 \text{ kg/dm}^3$  है (Fig 2)

Fig 3

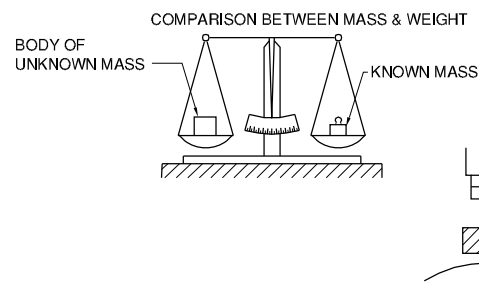
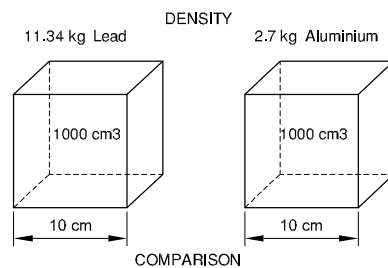


Fig 4



## इकाई (Unit)

घनत्व नीचे के अनुसार मापा जाता है

MKS/SI =  $\text{Kg/m}^3$ , CGS =  $1 \text{ gm/cm}^3$  FPS =  $\text{lbs/c ft}$

| ठोस           | gm/cc        | द्रव     | gm/cc |
|---------------|--------------|----------|-------|
| 1 एल्युमीनियम | 2.7          | वाटर     | 1.00  |
| 2 लीड         | 11.34        | पेट्रोल  | 0.71  |
| 3 ढलवाँ लोहा  | 6.8 to 7.8   | ऑक्सीजन  | 1.43  |
| 4 स्टील       | 7.75 to 8.05 | डीजल आयल | 0.83  |

## घनत्व और आयतन के बीच तुलना (Comparison Between Density And volume)

| घनत्व (Density)                                                                                                                                                                                      | आयतन (Volume)                                                                                                   |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| किसी पदार्थ के प्रति इकाई आयतन के द्रव्यमान को उसका घनत्व कहा जाता है।<br><br>Its unit is gm per cu cm; lbs per cu.ft and kg/cubic meter<br><br>$\text{Density} = \frac{\text{mass}}{\text{volume}}$ | किसी वस्तु का आयतन वस्तु या आकृति द्वारा घेरी गई जगह की मात्रा है।<br><br>$\text{Volume} = l \times b \times h$ |

**द्रव्यमान, भार, आयतन और घनत्व (Mass, Weight, Volume and Density) - द्रव्यमान, आयतन, घनत्व और भार से संबंधित समस्याएं (Related problems for mass, volume, density and weight)**

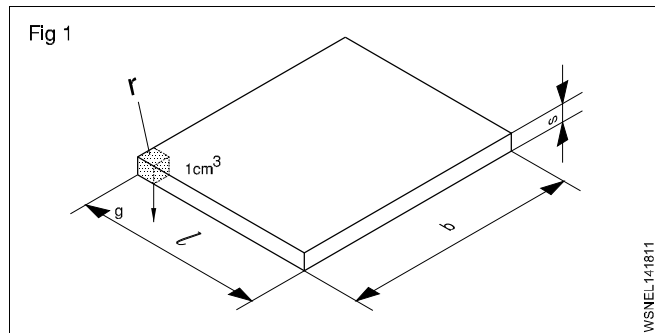
- 1 220 x 330 x 15 mm (Fig 1) आयामों वाली एक आयताकार स्टील प्लेट के किलोग्राम में द्रव्यमान की गणना करें (स्टील का घनत्व = 7.82 gm /cm<sup>3</sup>)

$$\text{द्रव्यमान} = \text{आयतन} \times \text{घनत्व}$$

$$= 22 \times 33 \times 1.5 \text{ cm} \times 7.82 \text{ gm /cm}^3$$

$$= 1089 \text{ cm}^3 \times 7.82 \text{ gm /cm}^3$$

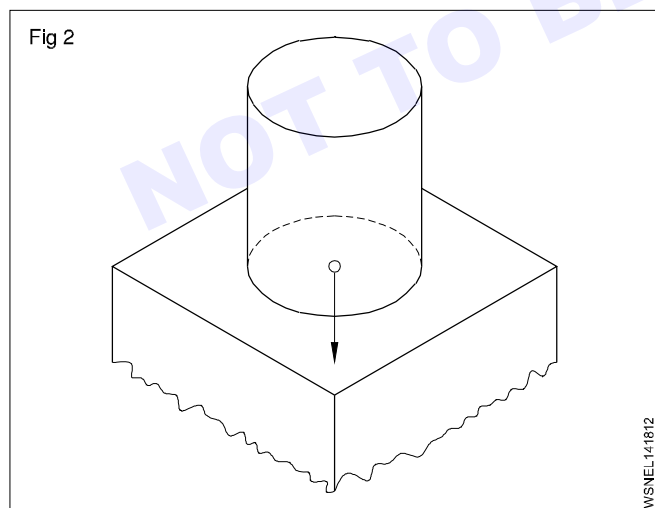
$$\text{द्रव्यमान} = 8.516 \text{ किलोग्राम}$$



- 2 यदि एक भंडारण कंटेनर में 250 लीटर पानी है और वह जिस सतह पर खड़ा है, उस पर पानी की कितनी मात्रा खर्च होती है, तो न्यूटन में वजन कितना है? (Fig 2)

$$(1 \text{ लीटर पानी} = 1 \text{ किलोग्राम पानी})$$

$$\text{पानी का घनत्व} = 1 \text{ gm/cm}^3 \text{ या } 1 \text{ kg/dm}^3$$



गुरुत्वाकर्षण के कारण त्वरण 10 metre/sec<sup>2</sup> (अनुमान) के रूप में लिया जाता है।

$$\text{क्षमता} = 250 \text{ लीटर} = 250 \text{ dm}^3 \text{ आयतन में।}$$

$$\text{पानी का द्रव्यमान} = \text{पानी का आयतन} \times \text{घनत्व}$$

$$= 250 \text{ dm}^3 \times 1 \text{ kg/dm}^3 = 250 \text{ kg}$$

$$\text{बढ़ा हुआ वजन} = \text{द्रव्यमान} \times \text{गुरुत्वाकर्षण के कारण त्वरण}$$

$$= 250 \text{ kg} \times 10 \text{ metre/sec}^2$$

$$= 2500 \text{ kg.metre/sec}^2 = 2500 \text{ N} (\because 1 \text{ kg.m/sec}^2 = 1 \text{ N})$$

- 3 'm' द्रव्यमान पर कार्य करने वाला 15 डायन का बल 2.5 cm/sec<sup>2</sup> का त्वरण उत्पन्न करता है। द्रव्यमान ज्ञात कीजिये।

$$1 \text{ Gr. wt.} = 981 \text{ डाइन}$$

$$\therefore 15 \text{ डाइन} = \frac{15}{981} \text{ Gr.wt}$$

$$\text{बल} = m \times \text{बल द्वारा उत्पन्न त्वरण}$$

$$\therefore \text{Gr.wt} = \text{द्रव्यमान} \times 2.5 \text{ cm/sec}^2$$

$$\therefore \text{gm/cm/sec}^2 = \text{द्रव्यमान} \times 2.5 \text{ cm/sec}^2$$

$$\therefore \text{द्रव्यमान} = \frac{15}{981 \times 2.5} \text{ ग्राम} = \frac{\text{gm.cm/sec}^2}{\text{cm/sec}^2}$$

$$\text{द्रव्यमान} = 0.00612 \text{ ग्राम}$$

- 4 2 N का बल 10 kg के द्रव्यमान पर कार्य करता है। द्रव्यमान पर बल द्वारा उत्पन्न त्वरण ज्ञात कीजिए।

$$\text{बल} = 2 \text{ N} (\because 1 \text{ N} = 1 \text{ kg.m/sec}^2)$$

$$\text{बल} = \text{द्रव्यमान} \times \text{त्वरण}$$

$$\therefore 2 \text{ kg.metre/sec}^2 = 10 \text{ kg} \times \text{उत्पन्न त्वरण}$$

$$\therefore 2 \times 1 \text{ kg.metre/sec}^2 = 10 \text{ kg} \times \text{उत्पन्न त्वरण}$$

$$\therefore \text{उत्पन्न त्वरण} = \frac{2}{10} \text{ metre/sec}^2$$

$$= 0.2 \text{ metre/sec}^2$$

- 5 1 किलोग्राम द्रव्यमान वाले किसी पिंड के वजन की गणना करें यदि गुरुत्वाकर्षण के कारण त्वरण 9.81 metre/sec<sup>2</sup> है

$$\text{भार बल} = \text{द्रव्यमान} \times \text{गुरुत्वाकर्षण के कारण त्वरण}$$

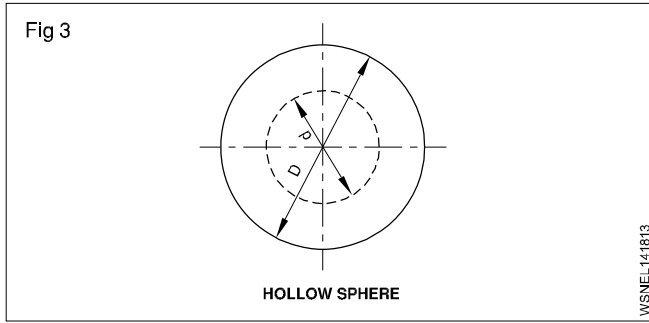
$$= 1 \text{ kg} \times 9.81 \text{ metre/sec}^2$$

$$(1 \text{ kg.metre/sec}^2 = 1 \text{ N})$$

$$\therefore 9.81 \text{ kg metre/sec}^2 = 9.81 \text{ N}$$

हल किए गए उदाहरणों में 'g' का मान 10 metre/sec<sup>2</sup> के रूप में लिया जाता है, जब तक कि विशेष रूप से अन्यथा उल्लेख न किया गया हो।

- एक खोखले गोले के बाहरी और अंदर के व्यास क्रमशः 150 x 70mm हैं। यदि पदार्थ का घनत्व 7.5 gm/cm<sup>3</sup> है तो इसके द्रव्यमान की गणना करें। (Fig 3)



द्रव्यमान = आयतन x घनत्व

$$= \text{आयतन} \times 7.5 \text{ gm/cm}^3$$

$$D = 150 \text{ mm} = 15 \text{ cm} \quad R = 7.5 \text{ cm}$$

$$d = 70 \text{ mm} = 7 \text{ cm} \quad r = 3.5 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{Volume} &= \frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3) \text{ unit}^3 \\ &= \frac{4}{3} \pi (7.5^3 - 3.5^3) \end{aligned}$$

$$= 1587.5 \text{ cm}^3$$

$$\text{द्रव्यमान} = 1587.5 \text{ cm}^3 \times 7.5 \text{ gm/cm}^3$$

$$= 11906.6 \text{ gm} = 11.9 \text{ kg} \quad \text{say } 12 \text{ kg}$$

6 एक कार का द्रव्यमान 800 kg है। इसका भार बल ज्ञात कीजिए (Take  $9.81 \text{ m/sec}^2$ )

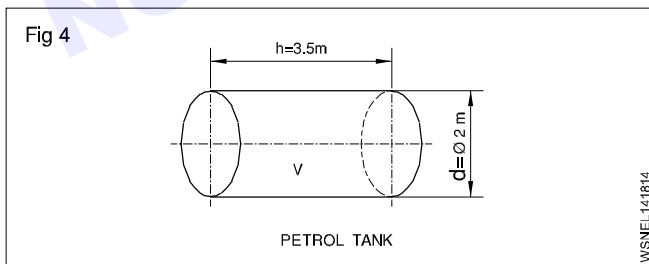
$$(1 \text{ n} = 1 \text{ kg.m/sec}^2)$$

$$\text{Wt. कार का बल} = \text{कार का द्रव्यमान} \times \text{गुरुत्वाकर्षण त्वरण}$$

$$= 800 \times 9.81 \text{ N}$$

$$= 7848 \text{ Newtons}$$

7 2 मीटर व्यास x 3.5 मीटर लंबाई का एक बेलनाकार टैंक पेट्रोल से भरा हुआ है। पेट्रोल का वजन टन में ज्ञात करें, पेट्रोल का घनत्व  $720 \text{ Kg/m}^3$  मानें. (Fig 4)



टैंक का आयतन

$$V = \pi r^2 l \text{ (or)} \frac{\pi d^2}{4} \times l \text{ unit}^3 = \frac{\pi \times 2^2}{4} \times 3.5 \text{ m}^3$$

$$3.14 \times 3.5 \text{ m}^3 = 10.99 \text{ m}^3$$

$$\text{चूँकि } 1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ लीटर}$$

$$\text{टैंक का आयतन} = 10.99 \times 1000 \text{ लीटर}$$

$$\text{पेट्रोल का घनत्व} = 720 \text{ Kg/m}^3$$

$$\text{पेट्रोल का वजन किलोग्राम में} = 10.99 \times 1000 \text{ लीटर} \times 720 \text{ किलोग्राम}$$

$$= 720 \times 10990 \text{ किलोग्राम}$$

पेट्रोल का वजन टनों में

$$(\text{मीट्रिक यूनिट्स}) = \frac{720 \times 10990}{1000}$$

$$\text{पेट्रोल का वजन} = 7912.8 \text{ Tonnes}$$

8 यदि बैटरी का एसिड विशिष्ट गुरुत्व 1.3 है और इसे एक बेलनाकार टैंक में भरा जा रहा है। इसका घनत्व ज्ञात कीजिए।

$$(\text{पानी का घनत्व} = 1000 \text{ gm/cm}^3)$$

विशिष्ट गुरुत्व अथवा सापेक्ष घनत्व

$$= \frac{\text{Density of the substance}}{\text{Density of water at } 4^\circ\text{C}}$$

अब, बैटरी अम्ल का घनत्व

$$= \text{विशिष्ट गुरुत्व} \times \text{पानी का घनत्व}$$

$$= 1.3 \times 1000 \text{ gm/cm}^3$$

$$= 1300 \text{ gm/cm}^3$$

### उदाहरण (Example)

1 एक लोहे के टुकड़े का वजन हवा में 160 kgf और पानी में पूरी तरह डुबाने पर 133 kgf होता है। लोहे के टुकड़े का आयतन और घनत्व ज्ञात कीजिए

$$\text{वायु में ठोस का भार} = 160 \text{ kgf}$$

$$\text{पानी में ठोस का वजन} = 133 \text{ kgf}$$

$$\therefore \text{पानी में वजन कम होना} = 27 \text{ kgf}$$

आर्किमिडीज़ सिद्धांत के अनुसार पानी में किसी ठोस के वजन में कमी = विस्थापित पानी का आयतन

$$\therefore \text{विस्थापित पानी का आयतन} = 27 \text{ cm}^3$$

$$\therefore \text{ठोस का आयतन} = 27 \text{ cm}^3$$

$$\text{Density of the piece} = \frac{\text{mass of iron}}{\text{volume of the piece}}$$

$$= \frac{160}{160 - 133} = \frac{160}{27} = 5.93$$

$$\text{लोहे के टुकड़े का घनत्व} = 5.93 \text{ gm/cc}$$

2 80cc आयतन वाली लकड़ी का एक टुकड़ा, पानी पर तैरने पर 60cc आयतन पानी से ऊपर रहता है। विस्थापित पानी का भार ज्ञात कीजिए।

$$\text{विस्थापित जल} = \text{डूबा हुआ आयतन}$$

$$\text{डूबा हुआ आयतन} = \text{लकड़ी का आयतन} - \text{का आयतन}$$

$$\text{जल स्तर से ऊपर लकड़ी}$$

$$= 80 - 60 = 20 \text{ cc}$$

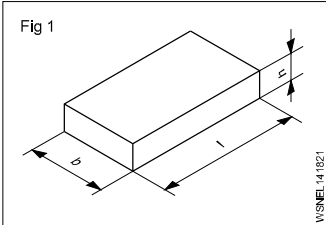
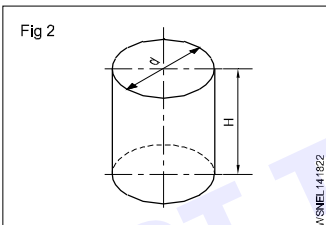
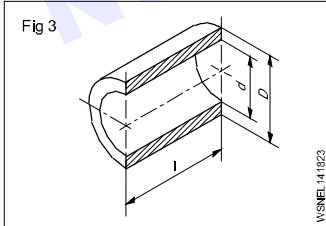
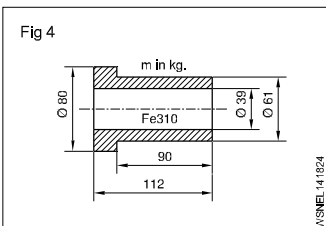
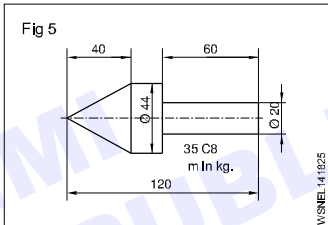
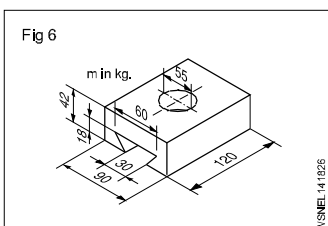
$$\text{पानी के विस्थापन का भार} = \text{पानी का आयतन} \times \text{घनत्व}$$

$$= 20 \times 1 = 20 \text{ ग्राम}$$

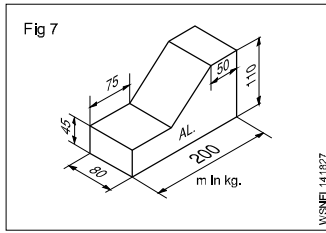
| Sl.No | Substance | Density gm/cc |
|-------|-----------|---------------|
| 1     | Aluminium | 2.7           |
| 2     | Cast Iron | 6.8 - 7.8     |
| 3     | Copper    | 8.92          |
| 4     | Gold      | 19.32         |
| 5     | Iron      | 7.86          |
| 6     | Lead      | 11.34         |
| 7     | Nickel    | 8.912         |
| 8     | Silver    | 10.5          |
| 9     | Steel     | 7.75 - 8.05   |
| 10    | Tin       | 7.31          |
| 11    | Zinc      | 7.14          |
| 12    | Diamond   | 3.51          |

| Sl.No | Substance         | Density gm/cc |
|-------|-------------------|---------------|
| 13    | Bismuth           | 9.78          |
| 14    | Brass             | 8.47          |
| 15    | Phosphorus Bronze | 8.7 - 8.9     |
| 16    | Ice               | 0.93          |
| 17    | Air               | 0.0013        |
| 18    | Mercury           | 13.56         |
| 19    | Petrol            | 0.71          |
| 20    | Diesel            | 0.83          |
| 21    | Kerosene          | 0.78 - 0.81   |
| 22    | Water             | 1.0           |

## Assignment

- 1  **Fig 1**  
 $l = 1800 \text{ mm}$   
 $b = 65 \text{ mm}$   
 $h = 12 \text{ mm}$   
 $\rho = 7.85 \text{ g/cm}^3$   
 $m = \text{_____ kg}$
- 2  **Fig 2**  
Capacity = 36 litres  
 $d = 32 \text{ cm}$   
 $H = \text{_____ cm}$
- 3  **Fig 3**  
 $D = 74 \text{ mm}$   
 $d = 68 \text{ mm}$   
 $l = 115 \text{ mm}$   
 $\rho = 8.6 \text{ gm/cm}^3$   
 $m = \text{_____ gms}$
- 4  **Fig 4**  
 $D_1 = 80 \text{ mm}$   
 $D_2 = 61 \text{ mm}$   
 $d = 39 \text{ mm}$   
 $L = 112 \text{ mm}$   
 $l = 90 \text{ mm}$   
 $\rho = 7.85 \text{ gm/cm}^3$   
 $m = \text{_____ kg}$
- 5  **Fig 5**  
 $D = 44 \text{ mm}$   
 $d = 20 \text{ mm}$   
 $L = 120 \text{ mm}$   
 $l_1 = 60 \text{ mm}$   
 $l_2 = 40 \text{ mm}$   
 $\rho = 7.85 \text{ gm/cm}^3$   
 $m = \text{_____ kg}$
- 6  **Fig 6**  
 $L = 120 \text{ mm}$   
 $B = 90 \text{ mm}$   
 $b_1 = 60 \text{ mm}$   
 $b_2 = 30 \text{ mm}$   
 $d = 55 \text{ mm}$   
 $H = 42 \text{ mm}$   
 $h = 18 \text{ mm}$   
 $\rho = 7.85 \text{ gm/cm}^3$   
 $m = \text{_____ kg}$

7



$$L = 200 \text{ mm}$$

$$l_1 = 75 \text{ mm}$$

$$l_2 = 50 \text{ mm}$$

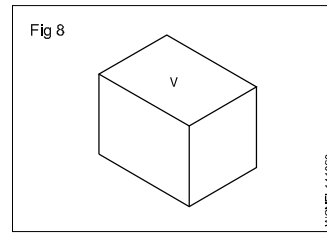
$$B = 80 \text{ mm}$$

$$H = 110 \text{ mm}$$

$$h = 45 \text{ mm}$$

$$\rho = 2.7 \text{ gm/cm}^3$$

8



$$m = \text{___ kg}$$

$$V = 320 \text{ cm}^3$$

$$\rho = 8.9 \text{ gm/cm}^3$$

$$g = 9.80665 \text{ metre/sec}^2$$

$$m = \text{___ kg}$$

$$FG = \text{___ N}$$

© NIMI  
NOT TO BE REPUBLISHED

## कार्य, शक्ति और ऊर्जा (Work, Power and Energy) - कार्य, शक्ति, ऊर्जा, HP, IHP, BHP और दक्षता (Work, power, energy, HP, IHP, BHP and efficiency)

### कार्य (Work) (Fig 1)

ऐसा कहा जाता है कि कार्य किसी बल द्वारा किया जाता है, जब वह गति करता है, तो उसका अनुप्रयोग बिंदु कुछ दूरी पर होता है। लगाया गया बल 'F' एक वस्तु को कुछ दूरी तक ले जाता है।

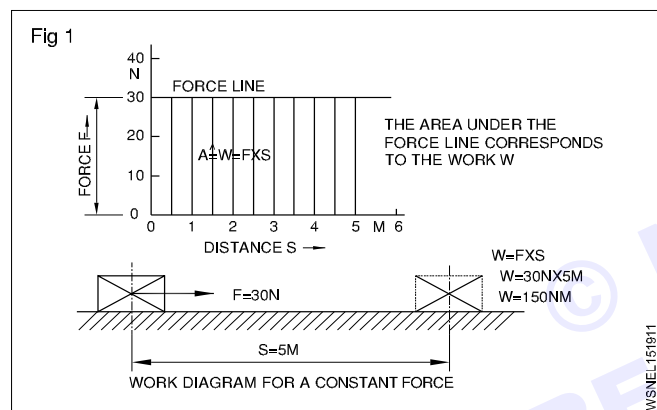
किया गया कार्य 'W' =  $F \times s$ .

कार्य की S.I. इकाई 1 जूल है जो शरीर को 1 मीटर की दूरी तक ले जाने वाले बल द्वारा किया गया कार्य है।

इसलिए जूल =  $1 \text{ N} \times 1 \text{ मीटर} = 1 \text{ Nm}$

साथ ही 1 जूल =  $1 \text{ Nm} = 10^5 \text{ dynes} \times 100 \text{ सेमी}$

=  $10^7 \text{ डायन सेमी} = 10^7 \text{ अर्ग}$



F - N में बल या भार बल

s - जिस पिंड पर बल कार्य करता है उसकी दूरी मीटर में चलती है

t - सेकंड में समय

v - मीटर/सेकंड में गति

W-बल द्वारा जूल में किया गया कार्य

P - वाट में पावर

$P_{out}$  - पावर आउटपुट

$P_{in}$  - पावर इनपुट

### बल (Force)

बल वह है जो किसी पिंड की विश्राम अवस्था या गति को बदलता है या बदलने की प्रवृत्ति रखता है।

बल = द्रव्यमान  $\times$  त्वरण

$F = Ma$

### इकाई (Unit)

$F = M \times a$

=  $\text{kg} \times \text{m/sec}^2$

= 1 न्यूटन (SI इकाई)

**न्यूटन: यदि 1 किलोग्राम द्रव्यमान  $1\text{m/sec}^2$  की दर से त्वरित होता है तो द्रव्यमान पर लगने वाला बल 1 न्यूटन होता है**

FPS =  $1 \text{ pound} \times 1 \text{ Feet/second}^2$

= 1 pound

CGS =  $1 \text{ gm} \times 1\text{cm/second}^2$

= Dyne

MKS =  $1 \text{ kg} \times 1\text{m/second}^2$

= Newton.

1 Newton =  $10^5 \text{ dynes}$

1kg wt = 9.81N

1 pound = 4.448N,

Newton = 0.225 pound.

### निरपेक्ष इकाइयाँ (Absolute units)

C.G.S प्रणाली में कार्य की इकाई = 1 erg =  $1 \text{ dyne} \times 1 \text{ cm}$

F.P.S प्रणाली में कार्य की इकाई = 1 फुट पाउंडल =  $1 \text{ पाउंडल} \times 1 \text{ फुट}$

M.K.S प्रणाली में कार्य की इकाई = 1 जूल =  $1 \text{ न्यूटन} \times 1 \text{ मीटर}$

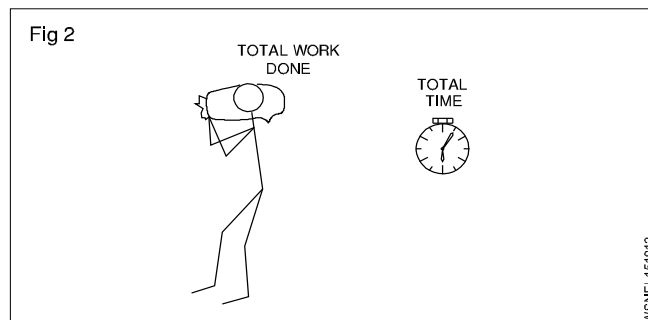
### व्युत्पन्न इकाइयाँ (Derived units)

C.G.S प्रणाली  $1 \text{ Gm Wt} \times 1 \text{ cm} = 981 \text{ अर्ग}$

F.P.S प्रणाली  $1 \text{ ft LB} = 981 \text{ फीट पाउंडल}$

M.K.S प्रणाली  $1 \text{ kgf मीटर} = 981 \text{ जूल}$ .

### पावर (Power) (Fig 2)



यह इकाई समय में किया गया कार्य है।

$$\text{Power } P = \frac{\text{total work done}}{\text{total time}}$$

$$P = \frac{\text{Nm}}{\text{sec}}$$

$$\text{The S.I units of power} = 1\text{Nm/sec} = \frac{1 \text{ joule}}{\text{sec}}$$

$$\text{which is} = 1 \text{ watt. power in watts} = \frac{w}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \times V$$

जो 1 वॉट के बराबर है। वाट में पावर =  $w/t = F \cdot s/t = F \times V$

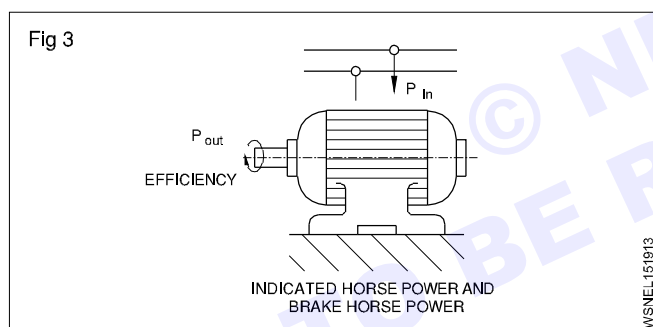
M.K.S प्रणाली में इकाई 1 kgf मीटर/सेकण्ड है। एक हॉर्स पावर = 75 kgf मीटर/सेकंड या 4500 kgf मीटर/मिनट है।

1HP (मीट्रिक) = 735.5 वॉट

1HP (ब्रिटिश) = 746 वॉट = 0.746 किलोवाट

1 किलोवाट = 1.34 HP

पावर इनपुट किसी मशीन को काम करने के लिए दी गई पावर है। पावर आउटपुट वह है जो हम मशीन से निकालते हैं। मशीन में घर्षण के कारण पावर आउटपुट हमेशा पावर इनपुट से कम होता है। पावर आउटपुट और पावर इनपुट के बीच का अनुपात मशीन की दक्षता है और इसे प्रतिशत में व्यक्त किया जाता है। (Fig 3)



$$\text{efficiency} = \frac{\text{power output}}{\text{power input}} \times 100\%$$

**संकेतित हॉर्स पावर और ब्रेक हॉर्स पावर (Indicated Horse Power and Brake Horse Power)**

वास्तव में इंजन या जनरेटर द्वारा उत्पन्न शक्ति संकेतित हॉर्स पावर होती है जिसे प्लेट पर दर्शाया जाता है। ब्रेक हॉर्स पावर उपयोगी कार्य करने के लिए उपलब्ध शक्ति है। घर्षण प्रतिरोध पर काबू पाने के नुकसान के कारण B.H.P हमेशा I.H.P से कम होता है।

$$\therefore \text{mechanical efficiency} = \frac{\text{B.H.P}}{\text{I.H.P}} \times 100\%$$

बल द्वारा किया गया कार्य = बल का परिमाण  $\times$  वस्तु द्वारा चली गई दूरी

पावर = किया गया कुल कार्य / लिया गया कुल समय

$$\text{efficiency} = \frac{\text{power output}}{\text{power input}} \times 100\%$$

## ऊर्जा (Energy)

किसी शरीर की ऊर्जा उसकी कार्य करने की क्षमता होती है। यह शक्ति  $\times$  समय के बराबर है। अतः ऊर्जा की इकाई सभी प्रणालियों में कार्य की इकाई के समान है।

## ऊर्जा के स्वरूप (Forms of energy)

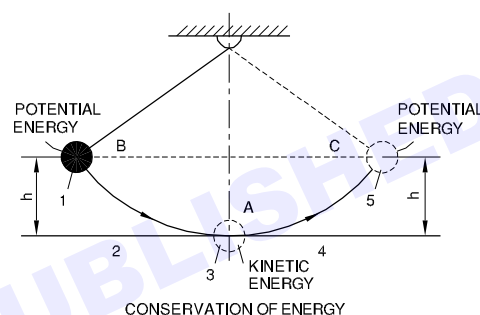
यांत्रिक ऊर्जा, विद्युत ऊर्जा, परमाणु ऊर्जा, ऊष्मा ऊर्जा, प्रकाश ऊर्जा, रासायनिक ऊर्जा, ध्वनि ऊर्जा, एक रूप की ऊर्जा को दूसरे रूप की ऊर्जा में परिवर्तित किया जा सकता है।

## ऊर्जा संरक्षण का नियम (Law of conservation of energy)

- ऊर्जा को न तो बनाया जा सकता है और न ही नष्ट किया जा सकता है।
- किसी पिंड में मौजूद कुल ऊर्जा समान रहती है। (Fig 4)

गतिमान वस्तु या वस्तु की स्थिति के आधार पर, वस्तु में मौजूद यांत्रिक ऊर्जा क्रमशः स्थितिज ऊर्जा या गतिज ऊर्जा हो सकती है।

Fig 4



- 1.STATE OF REST
- 2.ACCELERATED DOWNWARD MOVEMENT IN AN ARC
- 3.STATE OF MAXIMUM VELOCITY
- 4.RETARDED UPWARD MOVEMENT IN AN ARC
- 5.STATE OF REST

## उदाहरण (Examples)

- 1 75 किलोग्राम वजन वाला एक व्यक्ति 200 मीटर ऊंची पहाड़ी पर चढ़ता है, उस व्यक्ति द्वारा किया गया कार्य ज्ञात करें?

**सूत्र :** किया गया कार्य (W) =  $F \times S$

**दिया है :**  $F = 75$  किग्रा

$S = 200$  मी

**ज्ञात करें :** किया गया कार्य (W) = ?

**हल :** किया गया कार्य (W) =  $F \times S$

$$= 75 \times 200 = 15000$$

**उत्तर :** किया गया कार्य (w) = 15000 kgm

- 2 36.3 न्यूटन के द्रव्यमान को 3.7 मीटर की ऊंचाई से उठाने के लिए आवश्यक कार्य ज्ञात कीजिए?

**सूत्र :** किया गया कार्य (W) =  $F \times S$

**दिया है :**  $F = 36.3$  N

$S = 3.7$  मी

ज्ञात करें : किया गया कार्य (W) = ?

हल : किया गया कार्य (W) = F x S  
= 36.3 x 3.7 एन.एम  
= 134.31 जूल

उत्तर : किया गया कार्य (W) = 134.31 जूल

- 3 50 किलो वजन वाले एक व्यक्ति द्वारा 20 किलो वजन को अपने सिर पर ले जाने में किए गए कार्य की गणना करें जब वह ऊर्ध्वाधर दिशा में 15 मीटर की दूरी तय करता है।

सूत्र : किया गया कार्य (W) = F x S

दिया है : F = 50 किग्रा + 20 किग्रा = 70 किग्रा

S = 15 मीटर

ज्ञात करें : किया गया कार्य (W) = ?

हल : किया गया कार्य (W) = F x S  
= 70 x 15 = 1050

उत्तर : किया गया कार्य (W) = 1050 kg.m

- 4 60 किलोग्राम वजन वाला एक व्यक्ति 40 किलोग्राम वजन उठाकर 12 मीटर ऊंची इमारत की चोटी पर पहुंचता है। उसके द्वारा किए गए उपयोगी कार्य और दक्षता ज्ञात कीजिए?

सूत्र : किया गया कार्य (W) = F x S

दिया है : आदमी का वजन = 60 किग्रा

वजन उठाता है = 40 किलो

कुल वजन = 60 + 40 = 100 किग्रा

दूरी (S) = 12 मीटर

ज्ञात करें : a) किया गया कार्य (W) = ?

b) दक्षता ( $\eta$ ) = ?

हल :

a) किया गया कार्य (W) = F x S

$$= 100 \times 12$$

$$= 1200 \text{ किग्रा.मी}$$

b) दक्षता ( $\eta$ ) =  $\frac{\text{Output}}{\text{Input}} \times 100\%$

$$= \frac{40 \times 12}{60 \times 12} \times 100\%$$

$$= \frac{480}{720} \times 100\%$$

$$= 66.67\%$$

उत्तर : a) किया गया कार्य (W) = 1200 kg.m

b) दक्षता ( $\eta$ ) = 66.67%

- 5 एक पंप 40 मिनट में 50 मीटर गहराई से 4000 किलोग्राम पानी पंप करता है। पंप द्वारा एक सेकंड में किया गया कार्य ज्ञात करें?

सूत्र : किया गया कार्य (W) = F x S

दिया है : F = 4000 kg

S = 50 m

ज्ञात करें : प्रति सेकण्ड में किया गया कार्य = ?

हल :

40 मिनट में पूरा हुआ काम,

किया गया कार्य (W) = F x S

$$= 4000 \times 50 = 200000 \text{ kgm}$$

$$= \frac{200000}{40} = 5000$$

$$1 \text{ सेकंड में पूरा हुआ काम} = \frac{5000}{60} = 83.3$$

उत्तर : 1 सेकंड में किया गया कार्य (W) = 83.33 kg.m

- 6 225 किलोग्राम का एक शरीर 90 सेकंड में 300 मीटर चलता है। इस शरीर को उठाने के लिए आवश्यक पावर ज्ञात कीजिये?

सूत्र : पावर(P) =  $\frac{F \times S}{t}$

दिया है : F = 225 kg

S = 300m

t = 90 sec

ज्ञात करें : पावर(P) = ?

हल : पावर(P) =  $\frac{F \times S}{t}$   
=  $\frac{225 \times 300}{90} \text{ kg.m/sec}$   
= 750 kg.m/sec

उत्तर : पावर (P) = 750 kg.m/sec

- 7 एक हाइड्रोलिक प्रेस 5 टन का भार 5 मिनट में 5 मीटर की ऊंचाई तक उठाता है। प्रेस की शक्ति की गणना करें?

सूत्र : पावर (P) =  $\frac{F \times S}{t}$

दिया है : F = 5 tonnes = 5000 kg

S = 5 metres

t = 5 minutes = 5 x 60 = 300 sec

ज्ञात करें : पावर(P) = ?

हल : पावर (P) =  $\frac{F \times S}{t}$   
=  $\frac{5000 \times 5}{300} = 83.33$

उत्तर : पावर (P) = 83.33 kg.m/sec

- 8 750N वजन का एक आदमी एक मिनट में 25N सामग्री को 10 मीटर की ऊंचाई तक ले जाता है। मनुष्य की शक्ति की गणना करें?

**सूत्र :** पावर(P) =  $\frac{FxS}{t}$

**दिया है :**

आदमी का वजन = 750N

सामग्री का भार = 25N

F = 750 + 25 = 775N

S = 10 m

t = 1 min = 60 sec

**ज्ञात करें :** पावर(P) = ?

**हल :** पावर(P) =  $\frac{FxS}{t}$   
 $= \frac{775 \times 10}{60}$   
 $= 129.17N \text{ m/sec}$

**उत्तर :** पावर(P) = 129.17N m/sec (or) watts

- 9 उस पंप की शक्ति क्या है जो 90 किलोग्राम पानी को 30 मीटर की ऊंचाई पर स्थित एक टैंक तक उठाने में 15 सेकंड लेता है। (g = 10m/sec<sup>2</sup> लें)?

**सूत्र :** पावर(P) =  $\frac{FxS}{t}$

**दिया है :** F = 90 kg

S = 30 m

t = 15 sec

**ज्ञात करें :** पावर(P) = ?

**हल ;** पावर(P) =  $\frac{FxS}{t}$   
 $= \frac{f \times g \times s}{t}$   
 $= \frac{90 \times 10 \times 30}{15}$   
 $= 18N \text{ m/sec}^2$

**उत्तर :** पावर (P) = 180 watts

- 10 एक होइस्ट एक मिनट में 33 मीटर की ऊंचाई से 1000 किलोग्राम वजन उठाता है। होइस्ट की हार्सपावर ज्ञात कीजिए?

**सूत्र :** हॉर्सपावर HP =  $\frac{FxS}{t} \times \frac{1}{75}$

**दिया है :** F = 1000 kg

S = 33 m

t = 1 minute = 60 sec

**ज्ञात करें :** हॉर्सपावर HP = ?

**हल :** हॉर्सपावर HP =  $\frac{FxS}{t} \times \frac{1}{75}$   
 (75 kg.m/sec = 1 HP)

$= \frac{FxS}{t} \times \frac{1}{75}$   
 $= 7.33 \text{ H.P.}$

**उत्तर:** हॉर्सपावर, HP = 7.33 H.P.

- 11 एक पंप प्रति मिनट 900 लीटर पानी 45 मीटर की ऊंचाई तक उठा सकता है। पंप का H.P. ज्ञात करें?

**सूत्र :** हॉर्सपावर HP =  $\frac{FxS}{t} \times \frac{1}{75}$

**दिया है** F = 900 litres = 900 kg

S = 45 m

t = 1 minute = 60 sec

**ज्ञात करें :** हॉर्सपावर HP = ?

**हल :** हॉर्सपावर HP =  $\frac{FxS}{t} \times \frac{1}{75}$   
 (∵ 1 HP = 75 kg.m/sec)

$= \frac{900 \times 45}{60} \times \frac{1}{75}$   
 $= 9 \text{ H.P.}$

**हल :** हॉर्सपावर, HP = 9 H.P.

- 12 2 टन वजन को दो मिनट में 30 मीटर की ऊंचाई तक उठाने के लिए एक इंजन की हॉर्सपावर ज्ञात कीजिए?

**सूत्र :** हॉर्सपावर HP =  $\frac{FxS}{t} \times \frac{1}{75}$

**दिया है :** F = 2 tonnes = 2000 kg

S = 30 m

t = 2 minutes = 120 sec

**ज्ञात करें :** हॉर्सपावर HP = ?

**हल** हॉर्सपावर HP =  $\frac{FxS}{t} \times \frac{1}{75}$   
 (∵ 1 HP = 75 kg.m/sec)  
 $= \frac{2000 \times 30}{120} \times \frac{1}{75} = 6.67 \text{ H.P.}$

**उत्तर:** HP = 6.67 H.P.

- 13 16 मीटर की ऊंचाई पर 3 मिनट में 10000 लीटर पानी उठाने के लिए आवश्यक पंप की हॉर्सपावर ज्ञात करें, पंप की दक्षता 94% मानें?

**सूत्र :** हॉर्सपावर HP =  $\frac{FxS}{t} \times \frac{1}{75}$

$\eta = \frac{\text{Output}}{\text{Input}} \times 100\%$

दिया है

$$F = 10000 \text{ litres} = 10000 \text{ kg}$$

$$S = 16 \text{ litres}$$

$$t = 3 \text{ minute} = 180 \text{ sec}$$

ज्ञात करें : हॉर्सपावर HP = ?

$$\text{हल: हॉर्सपावर HP} = \frac{F \times S}{t} \times \frac{1}{75}$$

$$(\because 1 \text{ HP} = 75 \text{ kg.m/sec})$$

$$= \frac{10000 \times 16}{180} \times \frac{1}{75}$$

$$= 11.85 \text{ H.P.}$$

$$\eta = \frac{\text{Output}}{\text{Input}} \times 100\%$$

$$94 = \frac{11.85}{\text{Input}} \times 100\%$$

$$\text{इनपुट} = \frac{11.85 \times 100}{94} = \frac{1185}{94}$$

$$= 12.606 \text{ H.P.}$$

उत्तर: पंप का इनपुट H.P = 12.606 H.P.

- 14 उस मोटर की हॉर्सपावर ज्ञात कीजिए जो 320 मीटर गहरी खदान से प्रति घंटे 500 टन कोयला उठाने के लिए आवश्यक है, मोटर की दक्षता 0.75 है?

$$\text{सूत्र: } \eta = \frac{\text{Output}}{\text{Input}} \times 100\%$$

$$\text{आउटपुट H.P} = \frac{F \times S}{t} \times \frac{1}{75}$$

दिया है :

$$F = 500 \text{ tonnes} = 500000 \text{ kg}$$

$$S = 320 \text{ metres}$$

$$t = 1 \text{ hour} = 3600 \text{ sec}$$

$$\eta = 0.75 = 75\%$$

ज्ञात करें : पंप HP = ?

हल

$$\text{आउटपुट HP} = \frac{F \times S}{t} \times \frac{1}{75}$$

$$(\because 1 \text{ HP} = 75 \text{ kg.m/sec})$$

$$= \frac{500000 \times 320}{3600} \times \frac{1}{75}$$

$$= 592.59 \text{ H.P.}$$

$$\eta = \frac{\text{Output}}{\text{Input}} \times 100\%$$

$$75 = \frac{592.59 \times 100}{\text{Input}}$$

$$\text{इनपुट} = \frac{59259}{75}$$

उत्तर: इनपुट = 790.12 H.P

- 15 25 टन वजनी एक रेलगाड़ी 90 किमी/घंटा की गति से चल रही है। यदि घर्षण बल 5 किग्रा प्रति टन है तो इंजन की हॉर्सपावर ज्ञात करें?

$$\text{सूत्र: हॉर्सपावर HP} = \frac{F \times S}{t} \times \frac{1}{75}$$

$$\text{दिया है: ट्रेन की गति} = 90 \text{ km/hour}$$

$$= 90 \times \frac{1000}{3600} = 25 \text{ m/sec}$$

$$\text{ट्रेन का भार} = 25 \text{ tonnes}$$

$$\text{प्रति टन घर्षण बल} = 5 \text{ kg}$$

$$25 \text{ टन घर्षण बल}$$

$$(F) = 25 \times 5 = 125 \text{ kg}$$

ज्ञात करें : इंजन की हॉर्सपावर = ?

$$\text{हल HP} = \frac{F \times S}{t} \times \frac{1}{75}$$

$$= \frac{125 \times 25}{1} \times \frac{1}{75}$$

$$\text{उत्तर: HP} = 41.67 \text{ H.P.}$$

- 16 एक पंप 14 मीटर की ऊंचाई तक प्रति मिनट 9000 लीटर पानी पहुंचाता है। पंप की दक्षता 78% है। पंप को चलाने वाली इलेक्ट्रिक मोटर की दक्षता 92% है। मोटर का इनपुट ज्ञात करें?

$$\text{सूत्र: } \eta = \frac{\text{Output}}{\text{Input}} \times 100\%$$

$$\text{आउटपुट H.P} = \frac{F \times S}{t} \times \frac{1}{75}$$

$$1 \text{ H.P} = 0.7355 \text{ KW (metric)}$$

दिया है :

$$F = 9000 \text{ litres} = 9000 \text{ kg}$$

$$S = 14 \text{ metres}$$

$$t = 1 \text{ minute} = 60 \text{ sec}$$

$$\text{pump } \eta = 75\%$$

$$\text{motor } \eta = 92\%$$

ज्ञात करें : Electric motor(KW) = ?

हल :

$$\text{पंप आउटपुट HP} = \frac{F \times S}{t} \times \frac{1}{75}$$

$$= \frac{9000 \times 14}{60} \times \frac{1}{75}$$

$$= 28 \text{ H.P.}$$

पंप का इनपुट

$$\eta = \frac{\text{Output}}{\text{Input}} \times 100\%$$

$$78 = \frac{28}{\text{Input}} \times 100$$

$$\begin{aligned}\text{इनपुट} &= \frac{28 \times 100}{78} = 35.9 \text{ H.P.} \\ \text{मोटर का आउटपुट} &= \text{पंप का इनपुट} \\ \text{आउटपुट} &= 35.9 \text{ H.P.} \\ \text{मोटर का इनपुट} &= \frac{\text{Output}}{\text{Input}} \times 100\% \\ 92 &= \frac{35.9}{\text{Input}} \times 100 \\ \text{इनपुट} &= \frac{35.9 \times 100}{92} = 39.02 \text{ H.P.}\end{aligned}$$

**उत्तर: मोटर इनपुट = 39.02 H.P**

17 जेनरेटर का I.H.P 6 H.P है और इसकी दक्षता 90% है, इसका B.H.P ज्ञात कीजिए।

**सूत्र :**  $\eta = \frac{\text{B.H.P}}{\text{I.H.P}} \times 100\%$

**दिया है :**

$$\begin{aligned}\text{I.H.P} &= 6 \text{ H.P.} \\ \eta &= 90\%\end{aligned}$$

**ज्ञात करें :** B.H.P = ?

**हल**  $\eta = \frac{\text{B.H.P}}{\text{I.H.P}} \times 100\%$

$$\begin{aligned}90 &= \frac{\text{B.H.P}}{6} \times 100\% \\ \frac{90 \times 6}{100} &= \text{B.H.P} \\ \text{B.H.P} &= 5.4 \text{ H.P.}\end{aligned}$$

**उत्तर:** जेनरेटर का B.H.P = 5.4 H.P

18 एक मशीन 80% दक्षता पर कार्य कर रही है। मशीन का I. H.P 50 है, घर्षण में नष्ट हुई शक्ति की गणना करें।

**सूत्र:** I.H.P = B.H.P + घर्षण हानि

$$\eta = \frac{\text{B.H.P}}{\text{I.H.P}} \times 100\%$$

**दिया है** दक्षता  $\eta$  = 80%

$$\text{I.H.P} = 50$$

**ज्ञात करें :** घर्षण = ?

**हल**  $\eta = \frac{\text{B.H.P}}{\text{I.H.P}} \times 100\%$

$$80 = \frac{\text{B.H.P}}{\text{I.H.P}} \times 100\%$$

$$80 = \frac{\text{B.H.P}}{50} \times 100\%$$

$$\frac{80 \times 50}{100} = \text{B.H.P}$$

$$\text{B.H.P} = 40$$

$$\text{B.H.P} = \text{I.H.P} - \text{F.H.P}$$

$$40 = 50 - \text{F.H.P}$$

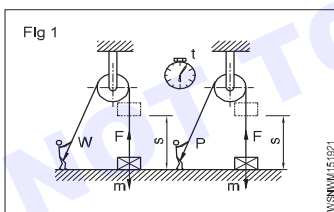
$$40 + \text{F.H.P} = 50$$

$$\text{F.H.P} = 50 - 40 = 10$$

**उत्तर:** घर्षण की हानि = 10 H.P

## Assignment

1



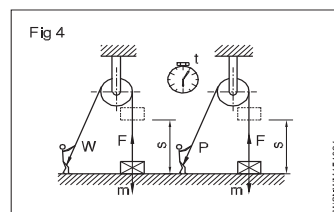
$$m = 55 \text{ kg}$$

a)  $s = 1.82 \text{ metres}$   
 $W = \text{_____ joules}$

b)  $s = 1.40 \text{ metres}$   
 $W = \text{_____ joules}$

c)  $s = 0.85 \text{ metres}$   
 $W = \text{Joules}$

4



$$m = 75 \text{ kg}$$

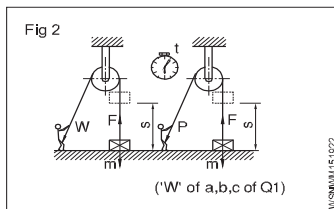
$$s = 100 \text{ metres}$$

$$t = 12 \text{ secs}$$

$$W = \text{_____ Nm}$$

$$P = \text{_____ Watts}$$

2



$$t = 8 \text{ secs}$$

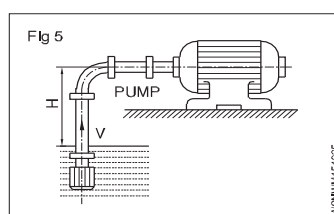
a)  $P = \text{_____ Watts}$

b)  $P = \text{_____ Watts}$

c)  $P = \text{_____ Watts}$

(\*W of a, b, c of Q1)

5



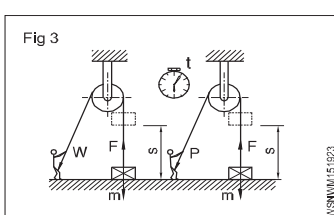
$$V = 1 \text{ m}^3/\text{min}$$

$$H = 2 \text{ m}$$

$$\eta = 0.75$$

$$\text{Power input} = \text{_____ kW}$$

3

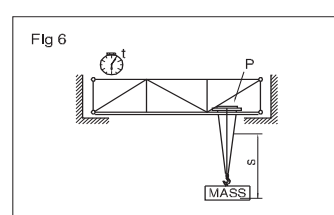


$$W = 1312.5 \text{ Joules}$$

$$m = 350 \text{ kg}$$

$$s = \text{_____ metres}$$

6



$$P = 12 \text{ kw}$$

$$s = 4 \text{ metres}$$

$$t = 20 \text{ secs}$$

$$m = \text{_____ kg}$$

## कार्य, शक्ति और ऊर्जा (Work, Power and Energy) - स्थितिज ऊर्जा, गतिज ऊर्जा और असाइनमेंट से संबंधित समस्याएं (Potential energy, kinetic energy and related problems with assignments)

### स्थितिज ऊर्जा (Potential energy)

स्थितिज ऊर्जा वह ऊर्जा है जो किसी पिंड में उसकी स्थिति के आधार पर मौजूद होती है। किसी डेटम से ऊंचाई 'h' पर रखे गए 'm' द्रव्यमान के पिंड में mgh या Wh या Fh की संभावित ऊर्जा होती है; जहां W या F भार बल हैं। जब शरीर को गिरने दिया जाएगा तो वह Fh का उपयोगी कार्य कर सकेगा।

### उदाहरण (Example)

- एक टैंक में जमा पानी
- कॉइल स्प्रिंग

### गतिज ऊर्जा (Kinetic energy)

यह वह ऊर्जा है जो किसी पिंड में उसकी गति के आधार पर होती है। यदि 'm' द्रव्यमान का कोई पिंड आराम से प्रारंभ करके लगाए गए बल 'F' की क्रिया द्वारा 's' की दूरी तय करने के बाद 'v' का वेग प्राप्त कर लेता है, तो पिंड पर किया गया कार्य =  $F \times s$  लेकिन  $F = m \times a$  अतः वस्तु पर किया गया कार्य =  $m \times a \times s$

लेकिन  $a \times s = \frac{V^2}{2}$  क्योंकि पिंड आराम से शुरू कर रहा है।

इसलिए पिंड पर किया गया काम =  $\frac{1}{2} mv^2$

चूँकि पिंड पर किया गया कार्य = पिंड के पास मौजूद ऊर्जा

गतिज ऊर्जा =  $\frac{1}{2} mv^2$

किसी पिंड द्वारा धारण की गयी ऊर्जा = पिंड पर किया गया कार्य

स्थितिज ऊर्जा = mgh

गतिज ऊर्जा =  $\frac{1}{2} mv^2$

यदि घर्षण की उपेक्षा की जाए तो स्थितिज ऊर्जा = गतिज ऊर्जा

### उदाहरण (Example)

- रोलिंग वाहन
- घूमने वाला फ्लाई व्हील
- बहता पानी
- वजन कम होना

### स्थितिज ऊर्जा (Potential energy)

हथौड़े का सिर ऊंचाई 'h' से गिरता है।  $m = 10 \text{ kg}$ .

$$h = 1.4 \text{ m.}$$

$$u = 0 \frac{\text{metre}}{\text{sec}}$$

$$V2 = 2 \text{ gs}$$

$$V2 = 2 \times 9.81 \times 1.4$$

$$V2 = 27.468$$

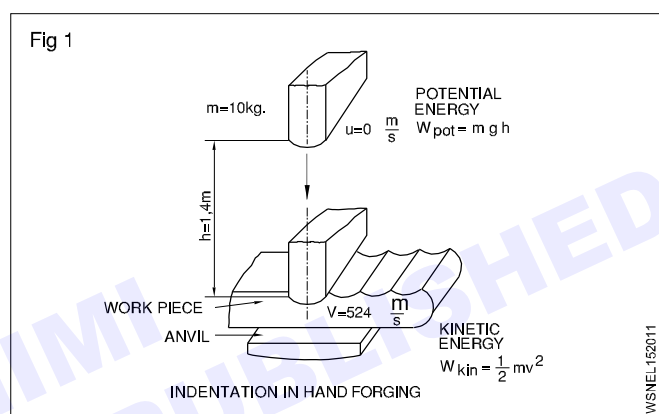
$$V = 5.24 \text{ m/sec}$$

$$P.E = 10 \text{ kg} \times 9.81 \text{ metre/sec}^2 \times 1.4 \text{ metre (Fig 1)}$$

$$= 137.3 \text{ N metre } (\because 1 \text{ N} = 1 \text{ kg.m/sec}^2)$$

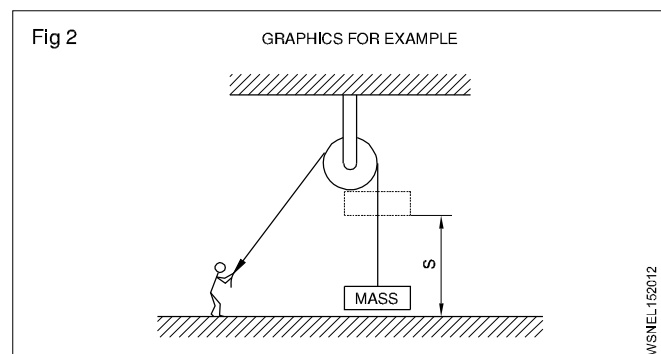
$$K.E = \frac{1}{2} \times 10 \text{ kg} \times 5.242 \frac{\text{metre}^2}{\text{sec}^2}$$

$$= 137.3 \text{ N metre.}$$



### उदाहरण (Example)

- एक चरखी का उपयोग 900 N के बल के साथ एक द्रव्यमान को 2 मिनट में 10 मीटर की ऊंचाई तक उठाने के लिए किया जाता है। बल और शक्ति द्वारा किया गया कार्य ज्ञात कीजिए। (Fig 2)



$$\text{किया गया कार्य} = F \times s = 900 \text{ N} \times 10 \text{ metre}$$

$$= 9000 \text{ Nm} = 9000 \text{ joules.}$$

$$\text{पवार} = \frac{W}{t} = \frac{9000 \text{ joules}}{120 \text{ sec}}$$

- यदि दक्षता 70% है, तो 2000 किलोग्राम भार को 2 मीटर/सेकंड की गति से उठाने के लिए लिफ्ट को चलाने के लिए आवश्यक हॉर्सपावर का निर्धारण करें।

लिफ्ट को 1 सेकंड में ऊपर उठाने का उपयोगी कार्य

$$\text{बल} = 2000 \text{ kgf}$$

$$\text{कार्य} = F \times d$$

$$\text{Power} = \frac{F \times d}{t} = \frac{2000 \times 2}{1}$$

$$= 4000 \text{ w}$$

$$\text{पवार इनपुट} = 4000 \text{ w}$$

$$\begin{aligned} \text{पवार इनपुट} &= \text{पवार आउटपुट} \\ &= \frac{4000}{0.7} = 5714 \text{ w} \end{aligned}$$

$$\eta = \frac{\text{Output}}{\text{Input}} \times 100\%$$

$$\text{HP} = \frac{5714}{746} = 7.659 \approx 7.6 \text{ HP}$$

$$\text{पवार इनपुट} = 7.6 \text{ HP}$$

- 100 ग्राम के द्रव्यमान को 10 मीटर की ऊंचाई से गिरने दिया जाता है। पिंड द्वारा प्राप्त गतिज ऊर्जा की मात्रा निर्धारित करें। (g का मान 10 मीटर/सेकंड<sup>2</sup> लें)

चूँकि आरंभिक वेग 0 है और तय की गई दूरी 10 मीटर है, अंतिम वेग<sup>2</sup> है

$$= V^2 = 2 \times g \times s = 2 \times 10 \times 10 \text{ metre}^2/\text{sec}^2$$

$$\therefore \text{K.E} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 100 \text{ gm} \times 200 \text{ metres}^2/\text{sec}^2$$

$$= 10000 \text{ gm metre}^2/\text{sec}^2$$

$$= 10 \times 10^7 \text{ ergs}$$

$$= 10 \text{ Joules.}$$

**K.E. वाहन द्वारा निरंतर गति से विकसित किया गया**

**(K.E. developed by the vehicle at a constant speed)**

- एक टन का एक मोटर वाहन 60 किमी/घंटे की गति से चल रहा है। इस गति से वाहन की K.E की गणना करें।

$$\text{वाहन का K.E} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\text{जहाँ } m = \text{एक टन या } 1000 \text{ किलोग्राम}$$

$$v = 60 \text{ km/hr}$$

**हल**

v को मीटर/सेकंड में बदलने पर हमें प्राप्त होता है,

$$V = 60 \times \frac{1000}{60 \times 60} = \frac{50}{3} \text{ m/sec} \quad (\because 1 \text{ km} = 1000 \text{ m})$$

$$(\because 1 \text{ hour} = 3600 \text{ sec})$$

$$\text{Now K.E. of vehicle} = \frac{1}{2} \times 1000 \times \frac{50}{3} \times \frac{50}{3}$$

$$= 1000 \times \frac{2500}{18}$$

$$= \frac{2500000}{18} \text{ J}$$

$$= \frac{2500000}{100 \times 18} \text{ KJ}$$

$$= \frac{1250}{9} \text{ KJ}$$

$$= 138.89 \text{ KJ}$$

**त्वरण के दौरान किसी वाहन द्वारा विकसित (K.E. developed by a vehicle during acceleration)**

- 1200 किलोग्राम द्रव्यमान का एक मोटर वाहन 36 किमी से 48 किमी/घंटा की गति तक त्वरित किया जा रहा है। इसके त्वरण के दौरान K.E में वृद्धि की गणना करें।

**हल**

$$\text{मोटर वाहन का द्रव्यमान} = 1200 \text{ kg}$$

$$\text{K.E. वाहन की गति } 36 \text{ किमी/घंटा है}$$

$$= \frac{1}{2} \times 1200 \times 36^2 \text{ J} \quad \text{KE} = \frac{1}{2} m v^2 \text{ J}$$

$$v = 36 \text{ km/hr} = 36 \times \frac{1000}{60 \times 60} = 10 \text{ m/sec}$$

$$48 \text{ कि.मी./घंटा की गति से वाहन का K.E}$$

$$= \frac{1}{2} \times 1200 \times 48^2 \text{ J} \quad (\because 1 \text{ kg.m/sec}^2 = 1 \text{ N})$$

$$(\because 1 \text{ Nm} = 1 \text{ J})$$

$$v = 48 \text{ km/hr} = 48 \times \frac{1000}{60 \times 60} = \frac{40}{3} \text{ m/sec}$$

$$\text{KE} = \frac{1}{2} \times 1200 \times 10 \times 10 = 60000 \text{ J}$$

$$\text{KE} = \frac{1}{2} \times 1200 \times \frac{40}{3} \times \frac{40}{3} = 106666.67 \text{ J}$$

$$\text{वाहन की K.E में वृद्धि} = 106666.67 \text{ J} - 60000 \text{ J}$$

$$= 46666.67 \text{ J}$$

$$= 46.666 \text{ KJ.}$$

**वाहन परिचालन में किया गया कार्य (Work done in vehicle operation)**

सड़क पर चलने के लिए मोटर वाहन द्वारा किए गए यांत्रिक कार्य को आम तौर पर किए गए कार्यों की दो प्रमुख श्रेणियों में वर्गीकृत किया जा सकता है।

- गति और भार की सभी परिस्थितियों में पूर्ण शक्ति विकसित करने में आईसी इंजन द्वारा किया गया कार्य।
- मोटर वाहन द्वारा सड़क पर पहाड़ी पर चढ़ने/त्वरण/ब्रेक लगाने/टोइंग और रिवर्सिंग ऑपरेशन जैसे विभिन्न संचालन करने में किया गया कार्य।

## Assignment

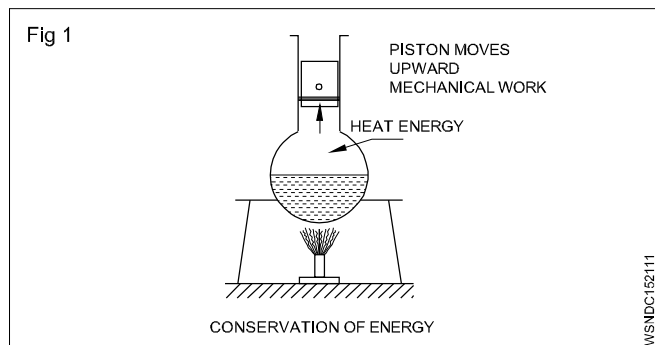
- 1 20 मीटर ऊँचे खंभे के शीर्ष पर 5 किलो द्रव्यमान वाले पिंड की स्थितिज ऊर्जा क्या है?
- 2 यदि 150 सेमी/सेकंड वेग से चल रहे 1 किलोग्राम वजन वाले द्रव्यमान की गतिज ऊर्जा क्या है?
- 3 एक पिंड का द्रव्यमान  $4 \times 10^3$  किलोग्राम है और यह 0.1 मीटर/सेकंड के वेग से चल रहा है। गतिज ऊर्जा ज्ञात कीजिए तथा इकाई का उल्लेख कीजिए?
- 4 4 ग्राम द्रव्यमान की एक गोली 400 मीटर/सेकंड की गति से चलती है। गोली की गतिज ऊर्जा और 20 सेमी की दूरी पर गोली को रोकने के लिए आवश्यक बल की गणना करें?
- 5 ग्राम द्रव्यमान की एक गोली 500 मीटर/सेकंड की गति से यात्रा करती है यदि यह एक निश्चित लक्ष्य को भेदती है जो गोली की गति के लिए 1000N का निरंतर प्रतिरोध प्रदान करता है। गतिज ऊर्जा ज्ञात कीजिए।
- 6 3 किग्रा का द्रव्यमान क्षैतिज रूप से फेंका जाता है और 10 मीटर प्रति सेकंड की गति प्राप्त करता है। इसकी गतिज ऊर्जा ज्ञात कीजिए।
- 7 50 किमी प्रति घंटे की गति से चलने वाले 1200 किलोग्राम के वाहन का इंजन बंद कर दिया जाता है। रुकने से पहले वाहन की गतिज ऊर्जा और 400 न्यूटन के प्रतिरोध के विरुद्ध चली दूरी की गणना करें।
- 8 18 किमी/घंटा के वेग से गति कर रहे 3 किलो द्रव्यमान की गतिज ऊर्जा क्या है?
- 9 5 किलोग्राम द्रव्यमान की एक लोहे की गेंद को मीटर की ऊंचाई तक उठाया जाता है। यदि गुरुत्वाकर्षण के कारण त्वरण  $9.8 \text{ m/sec}^2$  है। स्थितिज ऊर्जा की गणना कीजिये?
- 10 50 किलोग्राम वजन उठाने में कुल 4900 जूल खर्च हुए। वह ऊंचाई ज्ञात करें जिस पर द्रव्यमान उठाया गया था।
- 11 5 किलो का एक पिंड जमीन से 30 मीटर की ऊंचाई पर रखा गया है। जूल में द्रव्यमान की स्थितिज ऊर्जा ज्ञात कीजिए।

© NIMI  
NOT TO BE REPUBLISHED

## ऊष्मा एवं तापमान और दाब (Heat & Temperature and Pressure) - ऊष्मा और तापमान की अवधारणा, ऊष्मा का प्रभाव, ऊष्मा और तापमान के बीच अंतर, विभिन्न धातुओं और अधातुओं का क्वथनांक और गलनांक (Concept of heat and temperature, effects of heat, difference between heat and temperature, boiling point & melting point of different metals and non-metals)

### ऊष्मा (Heat)

यह ऊर्जा का एक रूप है। ऊष्मा ऊर्जा को अन्य प्रकार की ऊर्जा में परिवर्तित किया जा सकता है। ऊष्मा गर्म वस्तु से ठंडे वस्तु की ओर बहती है। (Fig 1)



### ऊष्मा की इकाइयाँ (Units of heat)

कैलोरी: यह 1 ग्राम पानी का तापमान  $1^{\circ}\text{C}$  तक बढ़ाने के लिए आवश्यक ऊष्मा की मात्रा है।

BTHU: यह  $1^{\circ}\text{F}$  तक 1 पाउंड पानी बढ़ाने के लिए आवश्यक ऊष्मा की मात्रा है। (ब्रिटिश थर्मल यूनिट)।

C.H.U: यह  $1^{\circ}\text{C}$  तक 1 पाउंड पानी बढ़ाने के लिए आवश्यक ऊष्मा की मात्रा है।

जूल : S.I. यूनिट ( $1 \text{ कैलोरी} = 4.186 \text{ जूल}$ )

### ऊष्मा का प्रभाव (Effects of heat)

- तापमान में परिवर्तन
- आकार में परिवर्तन
- स्थिति में परिवर्तन
- संरचना में परिवर्तन
- भौतिक गुणों में परिवर्तन

### विशिष्ट ऊष्मा (Specific heat)

किसी पदार्थ के एक ग्राम का तापमान  $1^{\circ}\text{C}$  तक बढ़ाने के लिए आवश्यक ऊष्मा की मात्रा को विशिष्ट ऊष्मा कहा जाता है। इसे 's' अक्षर से दर्शाया जाता है।

|                     |        |
|---------------------|--------|
| जल की विशिष्ट ऊष्मा | = 1    |
| एल्यूमीनियम         | = 0.22 |
| तांबा               | = 0.1  |
| लोहा                | = 0.12 |

### तापीय क्षमता (Thermal capacity):

किसी पदार्थ का तापमान  $1^{\circ}\text{C}$  तक बढ़ाने के लिए आवश्यक ऊष्मा की मात्रा को पदार्थ की तापीय क्षमता कहा जाता है।

तापीय क्षमता =  $ms$  कैलोरी.

**कैलोरी मान (Calorific value):** ईंधन की इकाई मात्रा (द्रव्यमान या आयतन) के पूर्ण दहन से निकलने वाली ऊष्मा की मात्रा को ईंधन का कैलोरी मान कहा जाता है।

### जल के सापेक्ष (Water equivalent)

यह पानी का द्रव्यमान है जो समान तापमान वृद्धि के लिए दिए गए पदार्थ की समान मात्रा में गर्मी को अवशोषित करेगा।

जल के सापेक्ष = पदार्थ का द्रव्यमान  $\times$  पदार्थ की विशिष्ट ऊष्मा।

अतः जल के सापेक्ष =  $ms$

### ऊष्मा के प्रकार (Types of heat)

- 1 संवेदनशील ऊष्मा (Sensible heat)
- 2 गुप्त ऊष्मा (Latent heat)

#### 1 संवेदनशील ऊष्मा (Sensible heat)

संवेदनशील ऊष्मा किसी पदार्थ द्वारा उसकी भौतिक अवस्था को बदले बिना अवशोषित या छोड़ी गई ऊष्मा है। यह संवेदनशील है और थर्मामीटर में तापमान की भिन्नता से इसे अवशोषित किया जा सकता है।

#### 2 गुप्त ऊष्मा (Latent heat)

अवस्था परिवर्तन (ठोस से तरल और गैस) के दौरान पदार्थ द्वारा प्राप्त या दी गई ऊष्मा को गुप्त ऊष्मा या छिपी हुई ऊष्मा कहा जाता है।

अवशोषित या छोड़ी गई ऊष्मा से पदार्थ में कोई तापमान परिवर्तन नहीं होता है।

प्रकार, 1. ठोस के संलयन की गुप्त ऊष्मा

2. ठोस के वाष्पीकरण की गुप्त ऊष्मा।

#### 1 ठोस के संलयन की गुप्त ऊष्मा (Latent heat of fusion of solid)

किसी पदार्थ को ठोस से तरल अवस्था में परिवर्तित करने के लिए गलनांक पर उसके प्रति इकाई द्रव्यमान की आवश्यक ऊष्मा की मात्रा को ठोस के संलयन की गुप्त ऊष्मा कहा जाता है। इसकी इकाई कैलोरी/ग्राम है।

#### बर्फ के संलयन की गुप्त ऊष्मा (Latent heat of fusion of ice)

$0^{\circ}\text{C}$  तापमान पर बर्फ के प्रति इकाई द्रव्यमान को पानी में परिवर्तित करने के लिए आवश्यक ऊष्मा की मात्रा को बर्फ के संलयन की गुप्त ऊष्मा कहा जाता है।

बर्फ के संलयन की गुप्त ऊष्मा (L) =  $80 \text{ कैलोरी/ग्राम}$

## 2 ठोस के वाष्पीकरण की गुप्त ऊष्मा (Latent heat of vaporisation of liquid)

किसी द्रव के इकाई द्रव्यमान को उसके कथनांक पर वाष्पीकृत करने के लिए आवश्यक ऊष्मा की मात्रा को वाष्पीकरण की गुप्त ऊष्मा कहा जाता है।

### पानी के वाष्पीकरण की गुप्त ऊष्मा या भाप की गुप्त ऊष्मा

पानी के एक इकाई द्रव्यमान को उसके कथनांक (100°C) पर भाप में बदलने के लिए आवश्यक ऊष्मा की मात्रा को पानी के वाष्पीकरण की गुप्त ऊष्मा या भाप की गुप्त ऊष्मा कहा जाता है।

भाप की गुप्त ऊष्मा (L) = 540 cal/gram

### ताप (Temperature)

यह किसी बॉडी की गर्माहट या ठंडक की डिग्री है। तापमान को थर्मामीटर द्वारा मापा जाता है।

### ऊष्मा और तापमान के बीच अंतर

| ऊष्मा                                                                         | तापमान                                                                          |
|-------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| 1 यह ऊर्जा का ही एक रूप है।                                                   | इससे गर्मी की स्थिति का पता चलता है।                                            |
| 2 इसका मात्रक कैलोरी है।                                                      | इसकी इकाई डिग्री है।                                                            |
| 3 ऊष्मा को कैलोरीमीटर द्वारा मापा जाता है।                                    | तापमान को थर्मामीटर द्वारा मापा जाता है।                                        |
| 4 दो पदार्थों की ऊष्मा की मात्रा जोड़कर उनकी कुल ऊष्मा की गणना की जा सकती है। | दो तापमान जोड़ने पर हम मिश्रण का तापमान ज्ञात नहीं कर सकते।                     |
| 5 किसी पदार्थ को गर्म करने से तापमान बढ़ने पर भी ऊष्मा की मात्रा बढ़ जाती है। | दो पदार्थों का तापमान समान हो सकता है, भले ही उनमें ऊष्मा की मात्रा अलग-अलग हो। |

### कथनांक (Boiling point)

कोई भी पदार्थ गैस में परिवर्तित होने लगता है तो यह पता चलता है कि वह किस तापमान पर उबल रहा है, इसे कथनांक कहा जाता है। पानी का कथनांक 100°C है।

### गलनांक (Melting point)

वह तापमान जिस पर कोई ठोस पिघलकर द्रव में बदल जाता है या द्रव जम कर ठोस में बदल जाता है, पदार्थ का गलनांक कहलाता है। 'बर्फ' का गलनांक 0°C होता है।

### धातुओं और अधातुओं के गलनांक और कथनांक की सूची

| धातुएँ और अधातुएँ | गलनांक पॉइंट °C | कथनांक °C |
|-------------------|-----------------|-----------|
| Aluminium         | 660.25          | 2519      |
| Argon             | -189.19         | -185.85   |
| Arsenic           | 817             | 614       |
| Barium            | 729             | 1897      |
| Beryllium         | 1287            | 2469      |
| Bromine           | -7.1            | 58.8      |
| Cadmium           | 321.18          | 767       |
| Calcium           | 839             | 1484      |
| Carbon (diamond)  | 3550            | 4827      |
| Carbon (graphite) | 3675            | 4027      |
| Chlorine          | -100.84         | -34.04    |
| Cobalt            | 1495            | 2927      |
| Copper            | 1084.6          | 2562      |
| Gold              | 1064.58         | 2856      |
| Helium            | -               | -268.93   |
| Hydrogen          | -259.98         | -252.87   |
| Iodine            | 113.5           | 184.3     |
| Iridium           | 2443            | 4428      |
| Iron              | 1535            | 2861      |
| Lead              | 327.6           | 1749      |

| धातुएँ और अधातुएँ  | गलनांक पॉइंट °C | कथनांक °C |
|--------------------|-----------------|-----------|
| Lithium            | 180.7           | 1342      |
| Magnesium          | 650             | 1090      |
| Manganese          | 1246            | 2061      |
| Mercury            | -38.72          | 357       |
| Molybdenum         | 2617            | 4639      |
| Nickel             | 1453            | 2913      |
| Nitrogen           | -209.86         | -195.79   |
| Oxygen             | -226.65         | -182.95   |
| Phosphorus (white) | 44.1            | 280       |
| Plutonium          | 640             | 3228      |
| Potassium          | 63.35           | 759       |
| Radium             | 700             | 1737      |
| Silicon            | 1410            | 3265      |
| Silver             | 961             | 2162      |
| Sodium             | 98              | 883       |
| Sulfur             | 115.36          | 444.6     |
| Tin                | 232.06          | 2602      |
| Titanium           | 1660            | 3287      |
| Tungsten (wolfram) | 3422            | 5555      |
| Uranium            | 1132            | 4131      |
| Zinc               | 419.73          | 907       |

**ऊष्मा एवं तापमान और दाब (Heat & Temperature and Pressure) - तापमान के पैमाने, सेल्सियस, फ़ारेनहाइट, केल्विन और तापमान के पैमाने के बीच रूपांतरण (Scales of temperature, celsius, fahrenheit, kelvin and conversion between scales of temperature)**

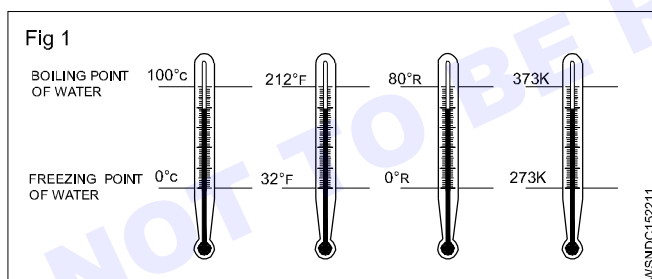
**तापमान पैमाना (Temperature Scales)**

तापमान को दो निश्चित संदर्भ बिंदुओं अर्थात् पानी के गलनांक और पानी के क्वथनांक के बीच अंशांकित किया जाता है। विभिन्न तापमान पैमानों पर ये दो निश्चित बिंदु हैं:

| पैमाना          | गलनांक | क्वथनांक |
|-----------------|--------|----------|
| सेंटीग्रेड (°C) | 0°C    | 100°C    |
| फ़ारेनहाइट (°F) | 32°F   | 212°F    |
| केल्विन (K)     | 273°K  | 373°K    |
| रेउमुर (°R)     | 0°R    | 80°R     |

ऊष्मा ऊर्जा का एक रूप है। तापमान किसी शरीर की गर्माहट या ठंडक की डिग्री है। एक तापमान पैमाने से दूसरे तापमान पैमाने में रूपांतरण का सम्बंध है

$$\frac{^{\circ}\text{R}}{80} = \frac{^{\circ}\text{C}}{100} = \frac{^{\circ}\text{K} - 273}{100} = \frac{^{\circ}\text{F} - 32}{180}$$



1 0°C को °F में बदलना

$$\frac{^{\circ}\text{F} - 32}{180} = \frac{^{\circ}\text{C}}{100}$$

$$^{\circ}\text{F} - 32 = \frac{^{\circ}\text{C}}{100} \times 180$$

$$^{\circ}\text{F} - 32 = \frac{0}{100} \times 180$$

$$^{\circ}\text{F} = 0 + 32$$

$$= 32^{\circ}\text{F}$$

$$0^{\circ}\text{C} = 32^{\circ}\text{F}$$

2 -40°C को °F में बदलना

$$\frac{^{\circ}\text{F} - 32}{180} = \frac{^{\circ}\text{C}}{100}$$

$$^{\circ}\text{F} - 32 = \frac{^{\circ}\text{C}}{100} \times 180$$

$$^{\circ}\text{F} - 32 = \frac{-40}{100} \times 180$$

$$\text{F} - 32 = -72$$

$$^{\circ}\text{F} = -72 + 32$$

$$= -40^{\circ}\text{F}$$

$$-40^{\circ}\text{C} = -40^{\circ}\text{F}$$

3 37°C को K में बदलना

$$\frac{^{\circ}\text{C}}{100} = \frac{^{\circ}\text{K} - 273}{100}$$

$$^{\circ}\text{K} - 273 = \text{C}$$

$$^{\circ}\text{K} = \text{C} + 273$$

$$^{\circ}\text{K} = 37 + 273$$

$$= 310 \text{ K}$$

$$37^{\circ}\text{C} = 310 \text{ K}$$

4 70°C को Reaumur में बदलना

$$\frac{^{\circ}\text{C}}{100} = \frac{^{\circ}\text{R}}{80}$$

$$^{\circ}\text{R} = \frac{\text{C}}{100} \times 80$$

$$^{\circ}\text{R} = \frac{70}{100} \times 80 = 56$$

$$70^{\circ}\text{C} = 56^{\circ}\text{R}$$

5 -25°F को °C में बदलना

$$\frac{^{\circ}\text{C}}{100} = \frac{^{\circ}\text{F} - 32}{180}$$

$$\frac{^{\circ}\text{C}}{100} = \frac{-25 - 32}{180}$$

$$^{\circ}\text{C} = \frac{-57}{180} \times 100$$

$$^{\circ}\text{C} = \frac{-285}{9} = -31.66$$

$$\mathbf{-25^{\circ}\text{F} = -31.7^{\circ}\text{C}}$$

6 Convert 98.6°F into °C

$$^{\circ}\text{C} = \frac{^{\circ}\text{F} - 32}{180} \times 100$$

$$^{\circ}\text{C} = \frac{98.6 - 32}{180} \times 100$$

$$= \frac{66.6}{180} \times 100$$

$$= \frac{6660}{180} = 37^{\circ}\text{C}$$

$$\mathbf{98.6^{\circ}\text{F} = 37^{\circ}\text{C}}$$

## असाइनमेंट (Assignment)

निम्नलिखित को परिवर्तित करें

1  $10.5^{\circ}\text{C} = \underline{\hspace{1cm}}^{\circ}\text{F}$

2  $40^{\circ}\text{C} = \underline{\hspace{1cm}}^{\circ}\text{F}$

3  $60^{\circ}\text{C} = \underline{\hspace{1cm}}^{\circ}\text{F}$

4  $80^{\circ}\text{C} = \underline{\hspace{1cm}}^{\circ}\text{F}$

5  $105^{\circ}\text{C} = \underline{\hspace{1cm}}^{\circ}\text{F}$

6  $100^{\circ}\text{C} = \underline{\hspace{1cm}}^{\circ}\text{F}$

7  $-80^{\circ}\text{C} = \underline{\hspace{1cm}}^{\circ}\text{F}$

8  $200^{\circ}\text{C} = \underline{\hspace{1cm}}^{\circ}\text{F}$

9  $605^{\circ}\text{C} = \underline{\hspace{1cm}}^{\circ}\text{F}$

10  $1250^{\circ}\text{C} = \underline{\hspace{1cm}}^{\circ}\text{F}$

11  $77^{\circ}\text{F} = \underline{\hspace{1cm}}^{\circ}\text{C}$

12  $20^{\circ}\text{F} = \underline{\hspace{1cm}}^{\circ}\text{C}$

13  $428^{\circ}\text{F} = \underline{\hspace{1cm}}^{\circ}\text{C}$

14  $-210^{\circ}\text{F} = \underline{\hspace{1cm}}^{\circ}\text{C}$

15  $88^{\circ}\text{F} = \underline{\hspace{1cm}}^{\circ}\text{C}$

16  $110^{\circ}\text{F} = \underline{\hspace{1cm}}^{\circ}\text{C}$

17  $72^{\circ}\text{F} = \underline{\hspace{1cm}}^{\circ}\text{C}$

18  $50^{\circ}\text{F} = \underline{\hspace{1cm}}^{\circ}\text{C}$

19  $900^{\circ}\text{F} = \underline{\hspace{1cm}}^{\circ}\text{C}$

20  $72^{\circ}\text{R} = \underline{\hspace{1cm}}^{\circ}\text{C}$

21  $143^{\circ}\text{C} = \underline{\hspace{1cm}}^{\circ}\text{K}$

22  $373^{\circ}\text{K} = \underline{\hspace{1cm}}^{\circ}\text{C}$

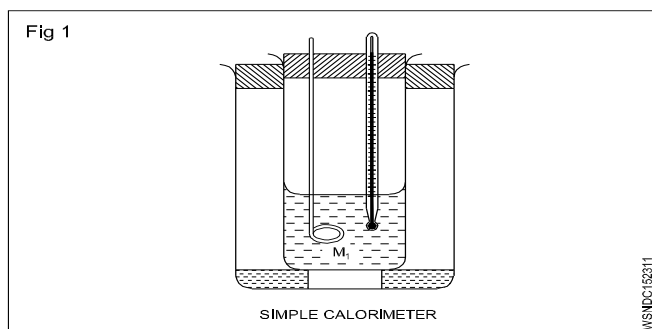
23  $746^{\circ}\text{K} = \underline{\hspace{1cm}}^{\circ}\text{F}$

24 किस तापमान पर फ़ारेनहाइट थर्मामीटर की रीडिंग एक सेंटीग्रेड से दोगुनी होगी?

## ऊष्मा एवं तापमान और दाब (Heat & Temperature and Pressure) - तापमान मापने के साधन, थर्मामीटर के प्रकार, पाइरोमीटर और ऊष्मा का संचरण - चालन, संवहन और विकिरण (Temperature measuring instruments, types of thermometer, pyrometer and transmission of heat - Conduction, convection and radiation)

### ऊष्मा ऊर्जा मापना (Measuring heat energy)

रासायनिक प्रतिक्रियाओं में प्रकाश, ध्वनि या विद्युत ऊर्जा के रूप में ऊर्जा जारी की जा सकती है। लेकिन इसे अक्सर ऊष्मा ऊर्जा के रूप में जारी किया जाता है। इससे हम स्थानांतरित ऊष्मा ऊर्जा की मात्रा को आसानी से माप सकते हैं।



मिक्सर विधि द्वारा ऊष्मा की मात्रा मापने के लिए प्रयुक्त उपकरण को कैलोरीमीटर कहा जाता है। यह और कुछ नहीं बल्कि बेलनाकार आकार का बर्तन और ज्यादातर तांबे से बना एक स्टिरर है।

एक कैलोरीमीटर में जब गर्म ठोस/तरल पदार्थ को ठंडे ठोस/तरल पदार्थ के साथ मिलाया जाता है, तो गर्मी हस्तांतरण तब तक होता है जब तक कि दोनों तत्वों समान तापमान तक नहीं पहुँच जाते। उसी समय तक कैलोरीमीटर भी उसी तापमान पर पहुँच जाता है। मिश्रण नियम से,

$$\left[ \begin{array}{l} \text{Loss of heat} \\ \text{by solid/} \\ \text{liquid} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{l} \text{Heat absorbed by} \\ \text{solid / liquid} \\ \text{substance} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{l} \text{Heat absorbed} \\ \text{by calorimeter} \end{array} \right]$$

### मापन (Measurement)

तापमान आमतौर पर डिग्री सेल्सियस में मापा जाता है। इस प्रणाली में पानी का गलनांक बिंदु  $0^{\circ}\text{C}$  और पानी का क्वथनांक  $100^{\circ}\text{C}$  निर्धारित किया जाता है। केल्विन तापमान पैमाना निरपेक्ष 0. यानी  $273^{\circ}$  से शुरू होता है। तापमान अंतराल समान है।

$$\therefore 273\text{K} = 0^{\circ}\text{C}, 20^{\circ}\text{C} = 273\text{K} + 20^{\circ}\text{C} = 293\text{K}.$$

### यंत्रों (Instruments)

तापमान को मापने और पढ़ने के लिए उपयोग किए जाने वाले उपकरण सामग्री के गुणों, विद्युत घटना तापदीप्तता, विकिरण और पिघलने में परिवर्तन को ध्यान में रखते हैं।

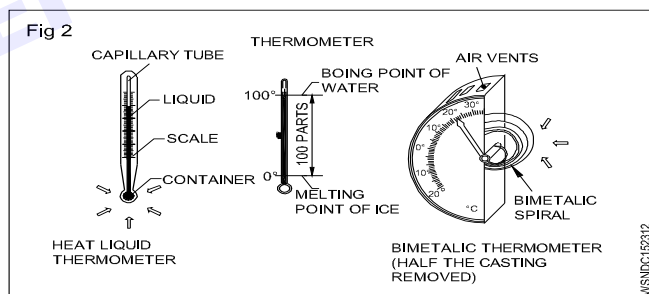
### थर्मामीटर (Thermometer)

#### थर्मामीटर के प्रकार (Types of thermometer)

- माथे की पट्टियाँ (Forehead strips)
- पहनने योग्य थर्मामीटर (Wearable thermometers)
- पैसिफर थर्मामीटर (Pacifier thermometers)
- कान थर्मामीटर (टाम्पैनिक) (Ear thermometers (tympanic))
- माथे के थर्मामीटर (अस्थायी) (Forehead thermometers (temporal))
- डिजिटल थर्मामीटर (Digital thermometers)
- माँ का हाथ या होठ (Mom's hand or lips)

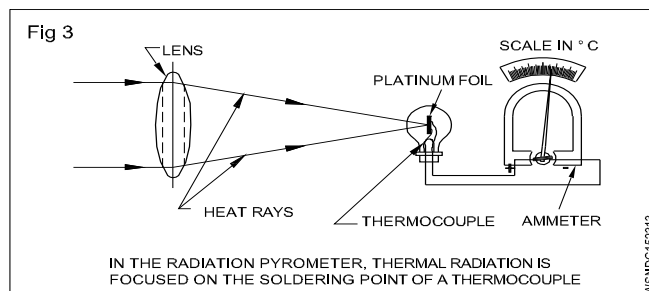
वे इस सिद्धांत पर आधारित हैं कि तरल पदार्थ और ठोस पदार्थ गर्मी के संपर्क में आने पर फैलते हैं। पारा और अल्कोहल समान रूप से विस्तारित होते हैं। जब गर्मी लागू की जाती है तो तरल की मात्रा बढ़ जाती है और तरल कंटेनर के साथ केशिका ट्यूब में बढ़ जाता है। इस प्रकार के थर्मामीटर में अधिकतर पारे का उपयोग इसके गुणों (चमकदार और कांच की नलियों से नहीं चिपकता) के कारण किया जाता है और हम  $300^{\circ}\text{C}$  तक तापमान माप सकते हैं।

बाईमेटल थर्मामीटर में विभिन्न विस्तार गुणांक वाली धातुएँ होती हैं। बायमेटल को एक सर्पिल (स्पाइरल) में घुमाया जाता है जो तापमान बढ़ने पर मुड़ जाता है।



### पायरोमीटर (Pyrometer)

थर्मोइलेक्ट्रिक पायरोमीटर इस सिद्धांत पर आधारित है कि विभिन्न धातुओं के तारों के बीच सोल्डरिंग लगाने वाले बिंदु को गर्म करने पर एक संपर्क वोल्टेज उत्पन्न होता है। वोल्टेज गर्म माप बिंदु और तार के ठंडे सिरे के बीच तापमान के अंतर पर निर्भर करता है। थर्मोकपल तत्व तांबे और कॉन्स्टेंट (600 डिग्री सेल्सियस तक) या प्लैटिनम और प्लैटिनम-रोडियम (1600 डिग्री सेल्सियस तक) से निर्मित होते हैं।



विकिरण पाइरोमीटर का उपयोग  $3000^{\circ}\text{C}$  तक लाल गर्म धातुओं के तापमान को मापने के लिए किया जाता है। ये थर्मल किरणों को एक ऑप्टिकल लेंस के माध्यम से केंद्रित करते हैं और उन्हें थर्मो तत्व पर केंद्रित करते हैं। एमीटर का पैमाना डिग्री सेल्सियस या केल्विन में अंशांकित होता है।

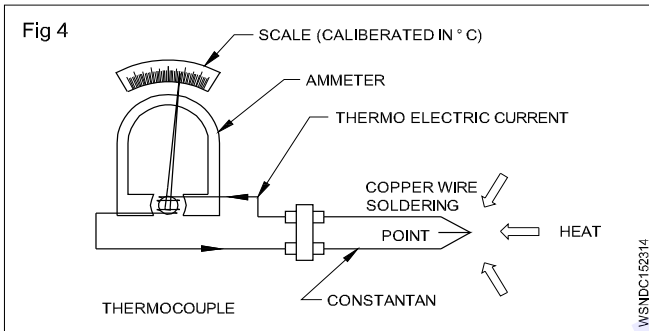
### ऊष्मा का संचरण (Transmission of Heat)

ऊष्मा ऊर्जा का एक रूप है और कार्य करने में सक्षम है। ऊष्मा गर्म वस्तु से ठंडे वस्तु की ओर या उच्च तापमान वाले बिंदु से कम तापमान वाले बिंदु की ओर प्रवाहित होती है। तापमान का अंतर जितना अधिक होगा ऊष्मा का प्रवाह उतनी ही तेजी से होगा। ऊष्मा का संचरण तीन प्रकार से होता है।

1 संचालन (Conduction)

2 संवहन (Convection)

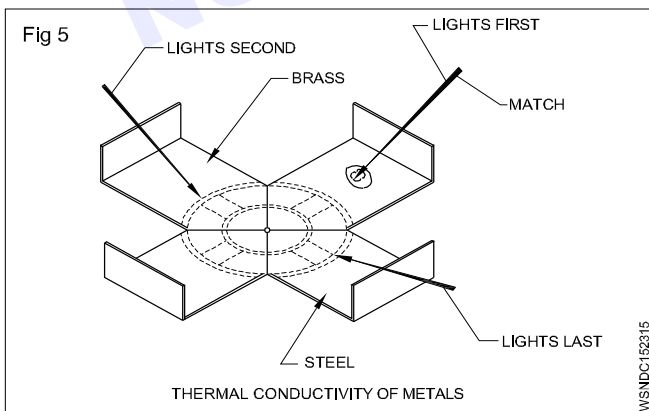
3 विकिरण (Radiation)



### संचालन (Conduction)

सम्पर्क द्वारा ऊष्मा ऊर्जा के संचरण को संचालन नाम दिया गया है। ऊष्मा स्रोत कंडक्टर के संपर्क में है। (धातु की रॉड)।

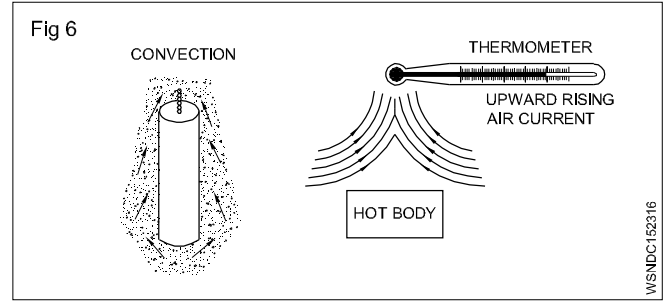
रॉड थर्मामीटर के संपर्क में है। चालन के कारण ऊष्मा गर्म सिरे से मुक्त सिरे तक स्थानांतरित होती है। सामान्यतः अच्छे विद्युत चालक ऊष्मा के भी अच्छे चालक होते हैं और अच्छे विद्युत कुचालक भी अच्छे ऊष्मा कुचालक होते हैं। एक अच्छा ताप इंसुलेटर जरूरी नहीं कि उच्च तापमान का सामना कर सके।



### संवहन (Convection)

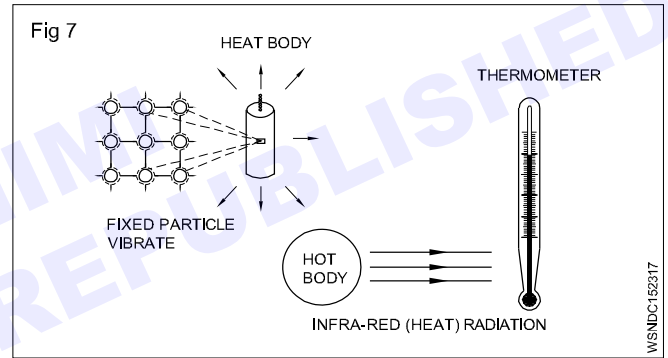
संवहन ऊर्ध्व प्रवाह द्वारा ऊष्मा ऊर्जा के संचरण को दिया गया नाम है। गर्म करने पर, द्रव (तरल/गैस) कम सघन हो जाता है और अपनी गतिशीलता

के कारण, एक समान लेकिन ठंडे और अधिक सघन द्रव द्वारा ऊपर की ओर विस्थापित हो जाता है। उदाहरण के लिए, घरेलू गर्म पानी की व्यवस्था, मोटर कारों में शीतलन प्रणाली।



### विकिरण (Radiation)

विद्युत-चुंबकीय तरंगों के माध्यम से ऊष्मा वास्तव में संपर्क में आए बिना अंतरिक्ष में एक वस्तु से दूसरी वस्तु तक विकिरण या संचारित होती है। ये तरंगें प्रकाश तरंगों और रेडियो तरंगों के समान होती हैं। इन्हें लेंस द्वारा अपवर्तित और दर्पण द्वारा परावर्तित किया जा सकता है। इस विकिरण को इन्फ्रारेड कहा जाता है। इसे विकिरण ले जाने के लिए किसी माध्यम की आवश्यकता नहीं होती है। (उदा.) सूर्य की ऊष्मा अंतरिक्ष में फैलती है।



**ऊष्मा का संचरण तीन प्रकार से होता है संचालन, संवहन तथा विकिरण।**

### ऊष्मा के कारण विस्तार (Expansion due to heat)

जब किसी ठोस, तरल या गैसीय पदार्थ को गर्म किया जाता है तो वह फैलता है और आयतन बढ़ जाता है। इसी प्रकार जब इसे ठंडा किया जाता है तो यह सिकुड़ जाता है (सिकुड़ जाता है) और आयतन कम हो जाता है।

उदाहरण के लिए: गर्मियों के दौरान विस्तार की अनुमति देने के लिए रेलवे ट्रैक की लाइनों के बीच छोटे अंतराल छोड़े जाते हैं। यदि ऐसा नहीं किया गया तो पटरियां फैल जाएंगी और झुक जाएंगी, जिससे ट्रेनें पटरी से उतर जाएंगी।

कुछ पदार्थों को छोड़कर सभी ठोस, तरल और गैसों का विस्तार होता है। दी गई ऊष्मा की समान मात्रा के लिए, तरल पदार्थ का विस्तार ठोस से अधिक होता है और गैस का विस्तार तरल से अधिक होता है।

$0^{\circ}\text{C}$  से  $4^{\circ}\text{C}$  तक गर्म करने पर पानी का आयतन कम हो रहा है। उसके बाद वॉल्यूम बढ़ता जा रहा है पानी से सम्बंधित किसी भी गणना के लिए  $4^{\circ}\text{C}$  पानी के डेटा को संदर्भ बिंदु के रूप में लिया जाएगा।

## क्षेत्रमिति (Mensuration) - वर्ग, आयत और समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल और परिधि (Area and perimeter of square, rectangle and parallelogram)

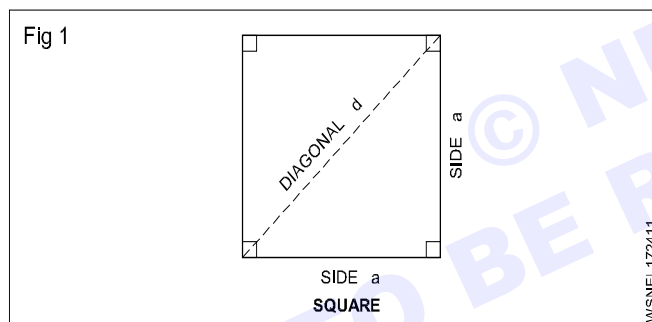
इंजीनियरिंग क्षेत्र में, एक इंजीनियर को sineमितीय वस्तुओं को तैयार करने के लिए आवश्यक सामग्री, मैनपावर, मशीनरी आदि का आकलन करना होता है। इसलिए हमें sineमितीय वस्तुओं से जुड़े सभी प्रासंगिक सूत्रों से भली-भांति परिचित होना चाहिए।

|                  |          |
|------------------|----------|
| Length           | - l unit |
| Breadth or width | - b unit |
| Diagonal         | - d unit |
| Diameter         | - d unit |

|                      |                           |
|----------------------|---------------------------|
| Radius               | - r unit                  |
| Semi perimeter       | - S unit                  |
| Perimeter            | - P unit                  |
| Circumference        | - C unit                  |
| Area                 | - A unit <sup>2</sup>     |
| Total surface area   | - T.S.A unit <sup>2</sup> |
| Lateral surface area | - L.S.A unit <sup>2</sup> |
| Volume               | - V unit <sup>3</sup>     |

### वर्ग (Square)

यह भी एक चार भुजाओं वाली आकृति है, इसकी सम्मुख भुजाएँ समान्तर हैं। चारों भुजाएँ समान हैं। समायोजन साइड के बीच का कोण 90° है।



$$A = a^2 \text{ (or) unit}^2$$

$$P = 4a \text{ unit}$$

$$d = \sqrt{2} a \text{ unit}$$

$$a = \frac{d}{\sqrt{2}} \text{ unit where } \sqrt{2} = 1.414$$

एक वर्गाकार पीतल की शीट का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसका परिमाण 31.2 cm है।

$$\text{परिधि (P)} = 4a = 31.2 \text{ cm}$$

$$a = \frac{31.2}{4} = 7.8 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{Area (A)} &= a^2 \\ &= 7.8 \times 7.8 = 60.84 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

### उदाहरण (Examples)

- 1 एक वर्ग की परिधि, विकर्ण और क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसकी भुजा 18 cm है।

$$\text{Side of the square (a)} = 18 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{Perimeter (P)} &= 4a \\ &= 4 \times 18 = 72 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Diagonal (d)} &= \sqrt{2} \times a \\ &= \sqrt{2} \times 18 = 1.414 \times 18 \\ &= 25.45 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Area (A)} &= a^2 \\ &= 18 \times 18 = 324 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

वर्ग की परिधि = 72 cm

विकर्ण = 25.45 cm; क्षेत्रफल = 324 cm<sup>2</sup>

- 2 यदि किसी वर्ग का विकर्ण 10 cm है। वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

$$\text{Diagonal of the square (d)} = \sqrt{2} a = 10 \text{ cm}$$

$$\text{Side (a)} = \frac{d}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned} \text{Area (a}^2) &= \frac{d}{\sqrt{2}} \times \frac{d}{\sqrt{2}} = \frac{d^2}{2} \\ &= \frac{10^2}{2} = \frac{100}{2} \\ &= 50 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

वर्ग का क्षेत्रफल = 50 cm<sup>2</sup>

- 3 एक वर्ग का परिमाण 748 cm है और दूसरे का परिमाण 336 cm है।  
दोनों वर्गों का कुल क्षेत्रफल ज्ञात करें।

$$\text{Side of the square (a)} = \frac{\text{Perimeter}}{4}$$

#### 1<sup>st</sup> square

$$\text{Side (a)} = \frac{\text{Perimeter of 1<sup>st</sup> square}}{4}$$

$$= \frac{748}{4} = 187 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{Area (A)} &= a^2 \\ &= 187 \times 187 \\ &= 34,969 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

#### 2<sup>nd</sup> square

$$\text{Side (a)} = \frac{\text{Perimeter of 2<sup>nd</sup> square}}{4}$$

$$= \frac{336}{4} = 84 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{Area (A)} &= a^2 \\ &= 84 \times 84 \\ &= 7,056 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

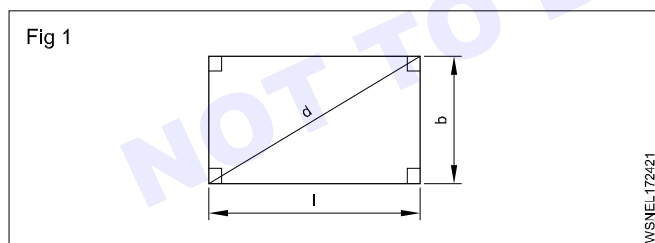
$$\begin{aligned} \text{Total area of two squares} &= 34,969 + 7,056 \\ &= 42,025 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

## कार्यभार (Assignment)

- एक वर्गाकार स्टील प्लेट का क्षेत्रफल, परिमाण और विकर्ण ज्ञात कीजिए जिसकी भुजा की माप 28.1 cm है।
- उस वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसका विकर्ण 8.5 cm के बराबर है।
- यदि वर्ग की भुजा 28 cm है तो वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।
- यदि वर्गाकार मैदान का क्षेत्रफल 169 वर्ग मीटर है तो उसकी भुजा ज्ञात करें।
- यदि वर्ग का विकर्ण 20 cm है तो वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।
- उस वर्ग का परिमाण ज्ञात करें जिसका विकर्ण 144 मीटर है।
- यदि एक वर्गाकार भूखंड की परिधि 48 मीटर है तो क्षेत्रफल ज्ञात करें।

## आयत (Rectangle)

यह चार भुजाओं वाली आकृति है। सम्मुख भुजाएँ समानान्तर हैं। आसन्न भुजाओं के बीच के कोण 90° हैं।



$$A = \text{क्षेत्रफल} = \text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} = l \cdot b \cdot \text{unit}^2$$

$$P = \text{Perimeter} = 2(l + b) \text{ unit}$$

$$\text{Diagonal} = \sqrt{l^2 + b^2} \text{ unit}$$

#### उदाहरण (Examples)

- 1 एक आयत का क्षेत्रफल, परिमाण और विकर्ण ज्ञात कीजिए जिसकी लंबाई और चौड़ाई क्रमशः 144 mm और

$$\text{Area} = A = l \times b \text{ unit}^2$$

$$= 144 \times 60 = 8640 \text{ mm}^2$$

$$\text{Perimeter} = P = 2(l + b) \text{ unit}$$

$$= 2(144 + 60)$$

$$= 2 \times 204 = 408 \text{ mm}$$

$$\text{Diagonal} = d = \sqrt{l^2 + b^2} \text{ unit}$$

$$= \sqrt{144^2 + 60^2}$$

$$= \sqrt{20736 + 3600}$$

$$= \sqrt{24336} = 156 \text{ mm}$$

- 2 एक आयत का परिमाण 42 cm है। यदि इसकी चौड़ाई 9 cm. आयत की लंबाई ज्ञात कीजिए।

$$\text{परिमाण} = 42 \text{ cm}$$

$$\text{चौड़ाई} = 9 \text{ cm}$$

$$\text{लंबाई} = ?$$

$$\text{परिमाण} = P = 2(l + b)$$

$$2(l + 9) = 42$$

$$l + 9 = 42 \div 2$$

$$l + 9 = 21$$

$$l = 21 - 9$$

$$l = 12 \text{ cm}$$

- 3 एक आयत का परिमाण 48 cm है और इसकी लंबाई इसकी चौड़ाई से 4 cm अधिक है। आयत की लंबाई और चौड़ाई ज्ञात करें।

$$\text{परिमाण (P)} = 48 \text{ cm}$$

$$\text{चौड़ाई (B)} = x$$

$$\text{लंबाई (L)} = x + 4$$

$$2(l + b) = \text{पेरिमीटर}$$

$$2(x + 4 + x) = 48$$

$$2(2x + 4) = 48$$

$$4x + 8 = 48$$

$$4x = 48 - 8$$

$$x = \frac{40}{4} = 10$$

$$x = \text{breadth} = 10 \text{ cm}$$

$$\text{length} = x + 4 = 10 + 4 = \mathbf{14 \text{ cm}}$$

- 4 1000 cm x 500 cm की एक शीट से 50 cm x 20 cm के कितने आयताकार टुकड़े काटे जा सकते हैं?

$$\text{शीट का आकार} = 1000 \text{ cm} \times 500 \text{ cm}$$

$$\text{काटे जाने वाले आयताकार टुकड़े का आकार} = 50 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$$

$$\text{लंबाई में काटे जाने वाले टुकड़ों की संख्या} = \frac{1000}{50} = 20$$

$$\text{चौड़ाई में काटे जाने वाले टुकड़ों की संख्या} = \frac{500}{20} = 25$$

$$\text{काटे जाने वाले टुकड़ों की कुल संख्या} = 20 \times 25 = \mathbf{500}$$

- 5 एक आयत का परिमाण 320 मीटर है। इसकी भुजाएँ 5:3 के अनुपात में हैं। आयत का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

$$\text{अनुपात} = 5:3 = l : b$$

$$\text{लंबाई } l = 5x$$

$$\text{चौड़ाई } b = 3x$$

$$2(l + b) = \text{Perimeter}$$

$$2(5x + 3x) = 320$$

$$2(8x) = 320$$

$$16x = 320$$

$$x = \frac{320}{16} = 20$$

$$l = 5x = 5 \times 20 = 100 \text{ m}$$

$$b = 3x = 3 \times 20 = 60 \text{ m}$$

$$\text{Area} = l \times b \quad (\text{length} = 100\text{m, breath} = 60\text{m})$$

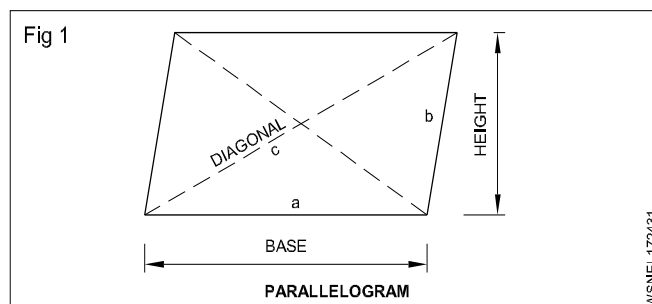
$$= 100 \times 60$$

$$\text{Area} = 6000 \text{ m}^2$$

## कार्यभार (Assignment)

- एक आयताकार भूखंड का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसकी भुजाएँ क्रमशः 24 मीटर और 20 मीटर हैं। भूखंड का परिमाण भी ज्ञात कीजिए।
- 65 cm x 30 cm पीतल की शीट से आप 5 cm x 4 cm के कितने आयताकार टुकड़े निकालेंगे?
- यदि एक आयत का परिमाण 400 मीटर है और इसकी लंबाई 140 मीटर है तो इसकी चौड़ाई और क्षेत्रफल ज्ञात करें।
- यदि एक आयत की सम्मुख भुजाएँ क्रमशः 64 cm और 25 cm हैं, तो उसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- यदि एक आयत का क्षेत्रफल 224 cm<sup>2</sup> और लंबाई 16 cm है तो आयत की चौड़ाई क्या है?
- 16 cm और 12 cm भुजाओं वाले एक आयत के विकर्ण की लंबाई क्या है?
- यदि आयत का परिमाण 100 cm है और उसकी लंबाई और चौड़ाई का अनुपात 3:2 है तो आयत का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

## समानांतर चतुर्भुज (Parallelogram)



$$\text{समानांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल} = \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$$

$$\text{or} = 2x\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

Where

$$s = \frac{a+b+c}{2}$$

a और b आसन्न भुजाएँ हैं

$$P = 2(a+b)$$

### उदाहरण (Examples)

- 1 एक समांतर चतुर्भुज का आधार और ऊँचाई 7.1 cm और 2.85 cm है। इसके क्षेत्रफल की गणना करें।

$$\begin{aligned} A &= \text{आधार} \times \text{ऊँचाई इकाई}^2 \\ &= 7.1 \times 2.85 \\ &= \mathbf{20.235 \text{ cm}^2} \end{aligned}$$

- 2 उस समांतर चतुर्भुज की ऊँचाई ज्ञात करें जिसका क्षेत्रफल 20 cm<sup>2</sup> और आधार 10 cm है।

$$\begin{aligned} A &= \text{आधार} \times \text{ऊँचाई इकाई}^2 \\ A &= \text{base} \times \text{height units}^2 \\ h &= \frac{\text{area}}{\text{base}} \\ &= \frac{20}{10} \\ &= \mathbf{2 \text{ cm}} \end{aligned}$$

- 3 एक समांतर चतुर्भुज की दो भुजाएँ 12 cm और 8 cm हैं। विकर्ण 10 cm लंबा है। समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

$$\begin{aligned} \text{क्षेत्रफल } A &= 2x\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \text{ units} \\ s &= \frac{a+b+c}{2} \\ &= \frac{12+8+10}{2} \\ &= \frac{30}{2} \\ &= 15 \\ A &= 2x\sqrt{15(15-12)(15-8)(15-10)} \\ &= 2x\sqrt{15 \times 3 \times 7 \times 5} \\ &= 2x\sqrt{1575} \\ &= 2 \times 39.686 \\ \text{Area } A &= \mathbf{79.37 \text{ cm}^2} \end{aligned}$$

### कार्यभार (Assignment)

- एक समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें, यदि इसका आधार और ऊँचाई क्रमशः 8.1 cm और 30.8 cm है।
- समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें, यदि समांतर चतुर्भुज के आकार में एक मैदान की भुजाएँ 12 मीटर और 17 मीटर हैं और एक विकर्ण 25 मीटर है।
- एक समांतर चतुर्भुज का आधार ज्ञात कीजिए जिसकी ऊँचाई 12 cm और क्षेत्रफल 120 cm<sup>2</sup> है।
- उस समांतर चतुर्भुज की ऊँचाई ज्ञात कीजिए जिसका आधार 40 cm और क्षेत्रफल 320 cm<sup>2</sup> है।
- यदि समांतर चतुर्भुज के आकार की भूमि की भुजाएँ क्रमशः 24 मीटर और 28 मीटर हैं और एक विकर्ण 30 मीटर है तो भूमि का क्षेत्रफल ज्ञात करें।
- यदि आधार 10 cm और दूसरी भुजा 5 cm है तो समांतर चतुर्भुज का परिमाप क्या होगा?
- समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें यदि इसका आधार और ऊँचाई 25 cm और 12 cm है।
- एक समांतर चतुर्भुज का आधार ज्ञात करें यदि ऊँचाई 15 cm और क्षेत्रफल 150 cm<sup>2</sup> है।
- एक समांतर चतुर्भुज की ऊँचाई ज्ञात करें यदि आधार 80 cm और क्षेत्रफल 640 cm<sup>2</sup> है।
- यदि समांतर चतुर्भुज का आधार और ऊँचाई 15 cm और 8 cm है तो उसका क्षेत्रफल ज्ञात करें।
- यदि आधार, ऊँचाई 12.7 cm, 5.5 cm और दूसरी भुजा 6.5 cm है तो समांतर चतुर्भुज का परिमाप और क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- समांतर चतुर्भुज की ऊँचाई ज्ञात करें यदि क्षेत्रफल 20 cm<sup>2</sup> है और आधार 10 cm है।

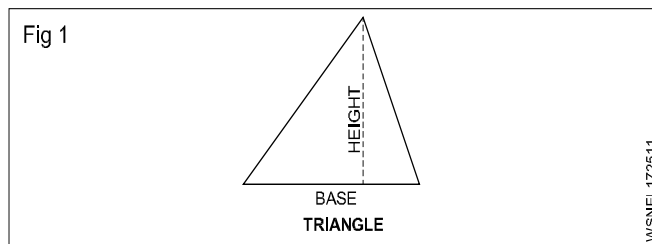
## क्षेत्रमिति (Mensuration) - त्रिभुजों का क्षेत्रफल और परिमाप (Area and perimeter of triangles)

### त्रिभुज (Triangles)

त्रि का अर्थ है तीन. अतः त्रिभुज का अर्थ तीन कोणों वाली आकृति है। त्रिकोणीय आकृति के निर्माण के लिए तीन भुजाएँ होनी चाहिए। अतः त्रिभुज का अर्थ है तीन भुजाओं वाली आकृति।

किसी त्रिभुज के तीनों कोणों का योग =  $180^\circ$ .

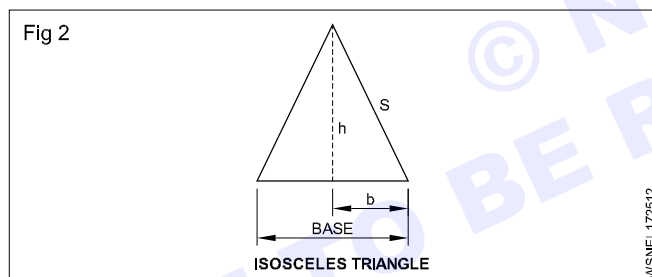
#### i कोई त्रिभुज



$$\text{Area of any triangle} = \frac{1}{2} \times \text{Base} \times \text{Height unit}^2$$

#### ii समद्विबाहु त्रिभुज (Isosceles Triangle)

इस त्रिभुज की दो भुजाएँ बराबर हैं



$$\text{Area of isosceles triangle} = \frac{1}{2} \times \text{Base} \times \text{Height}$$

Where

$$\text{base} = 2.b$$

s = One of equal sides (or) Slant height

$$h = \text{Height} = \sqrt{s^2 - b^2}$$

$$\text{Area of isosceles triangle} = \frac{1}{2} \times 2b \times \sqrt{s^2 - b^2}$$

$$= b \cdot \sqrt{s^2 - b^2} \text{ unit}^2$$

(Where b = half of base)

$$\text{(or) Area of Isosceles triangle} = \frac{1}{4} b \sqrt{4a^2 - b^2} \text{ unit}^2$$

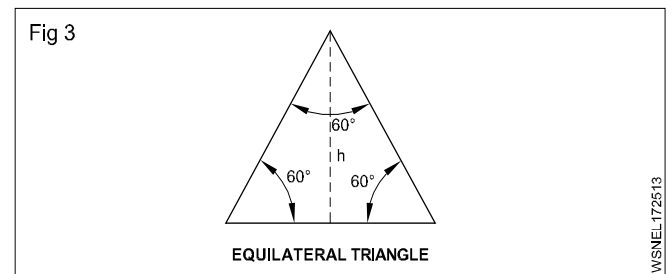
A = समान भुजाएँ

B = आधार

#### iii समबाहु त्रिभुज (Equilateral triangle)

इस त्रिभुज की तीनों भुजाएँ बराबर हैं। अतः आसन्न भुजाओं के बीच का कोण  $60^\circ$  है (तीन कोणों का कुल =  $180^\circ$ )

$$\text{भुजाओं के बीच का कोण} = \frac{180}{3} = 60^\circ$$



$$\begin{aligned} \text{Area of equilateral triangle} &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{side}^2 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2 \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

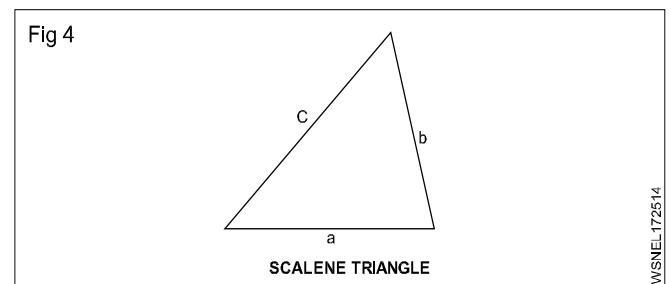
$$\text{Where } \sqrt{3} = 1.732$$

$$\text{Perimeter } P = 3a \text{ unit}$$

$$P = \frac{\sqrt{3}}{2} a \text{ unit}$$

#### iv स्केलीन त्रिकोण (Scalene triangle)

इस त्रिभुज में भुजाएँ समान नहीं हैं। भुजाओं के बीच के कोण भी समान नहीं हैं। इस त्रिभुज को हम अनियमित त्रिभुज भी कह सकते हैं।



$$\text{Area of triangle} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \text{ unit}^2$$

where

a, b, c are sides of triangle

$$s = \text{Semi perimeter} = \frac{a+b+c}{2} \text{ unit}$$

#### v समकोण त्रिभुज (Right angled triangle)

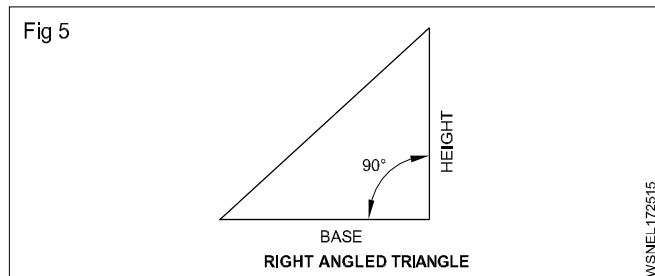
इस त्रिभुज में, दो आसन्न भुजाओं में से एक के बीच का कोण  $90^\circ$  है। समकोण का अर्थ है  $90^\circ$ . इसलिए समकोण त्रिभुज का अर्थ है, इस त्रिभुज का एक कोण निश्चित रूप से  $90^\circ$  का होता है।

समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times \text{Base} \times \text{Height}$$

$$= \frac{1}{2} bh \text{ unit}^2$$

Hypotenuse =  $\sqrt{\text{Base}^2 + \text{Height}^2}$



जहाँ कर्ण का अर्थ समकोण त्रिभुज की भुजा का विकर्ण अथवा सबसे बड़ी लंबाई है।

### उदाहरण (Examples)

- 1 यदि एक समकोण त्रिभुज का आधार और ऊँचाई क्रमशः 10 cm और 3.5 cm है, तो इसके क्षेत्रफल की गणना करें।

आधार (b) = 10 cm

ऊँचाई (h) = 3.5 cm

क्षेत्रफल (A) = ?

$$A = \frac{1}{2} \times b \times h$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 3.5$$

$$= 17.5 \text{ cm}^2$$

- 2 के क्षेत्रफल वाले त्रिभुज के आधार की गणना करें 15 सेमी<sup>2</sup> और ऊँचाई 3.5 सेमी है।

क्षेत्रफल (A) = 15 सेमी<sup>2</sup>

ऊँचाई (h) = 3.5 सेमी

आधार (b) = ?

$$\frac{1}{2} \times b \times h = A$$

$$\frac{1}{2} \times b \times 3.5 = 15$$

$$b = \frac{15 \times 2}{3.5}$$

$$= 8.57 \text{ cm}$$

- 3 एक त्रिभुज की ऊँचाई की गणना करें जिसका क्षेत्रफल 60 cm<sup>2</sup> और आधार 10 cm है।

क्षेत्रफल (A) = 60 cm<sup>2</sup>

आधार (b) = 10 cm

ऊँचाई (h) = ?

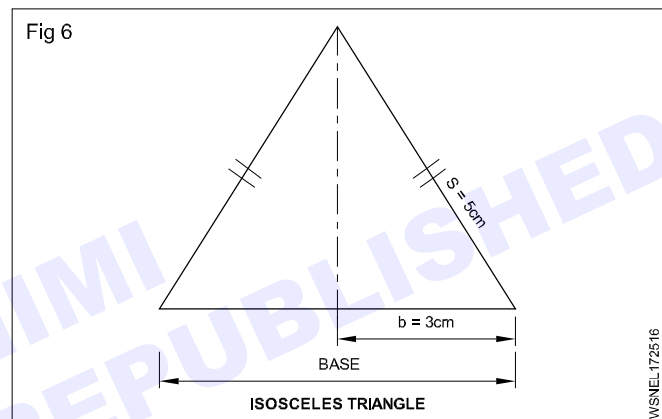
$$\frac{1}{2} \times b \times h = A$$

$$\frac{1}{2} \times 10 \times h = 60$$

$$h = \frac{60 \times 2}{10}$$

$$\text{height } h = 12 \text{ cm}$$

- 4 उस समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसका आधार 6 cm लंबी है और अन्य दो भुजाएं 5 cm लंबी हैं।



Base (b) = 6 cm =  $\frac{6}{2} = 3 \text{ cm}$

Equal sides or slant height 's' = 5 cm

Area (A) = ?

$$A = b \times \sqrt{s^2 - b^2}$$

$$= 3 \times \sqrt{5^2 - 3^2}$$

$$= 3 \times \sqrt{25 - 9}$$

$$= 3 \times \sqrt{16}$$

$$= 3 \times 4$$

$$= 12 \text{ cm}^2$$

or

$$A = \frac{1}{4} b \sqrt{4a^2 - b^2}$$

$$= \frac{1}{4} \times 6 \sqrt{4 \times 5^2 - 6^2}$$

$$= \frac{1}{4} \times 6 \times 8$$

$$= 12 \text{ cm}^2$$

- 5 यदि एक समद्विबाहु त्रिभुज का आधार 200 mm है और इसका क्षेत्रफल 2000 mm<sup>2</sup> है तो इसकी ऊँचाई ज्ञात करें।

$$\text{आधार} = 200 \text{ mm}$$

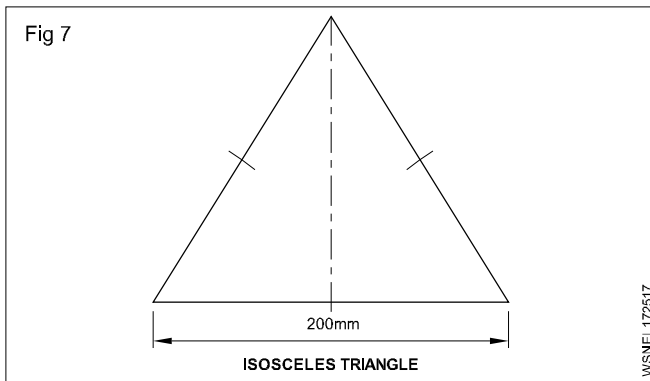
$$\text{क्षेत्रफल} = 2000 \text{ mm}^2$$

$$h = ?$$

$$\frac{1}{2} \times b \times h = A$$

$$\frac{1}{2} \times 200 \times h = 2000$$

$$h = \frac{2000 \times 2}{200} = 20 \text{ mm}$$



- 6 एक समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसकी भुजा 5 cm है।

$$\text{Area} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \text{ unit}^2$$

$$= \frac{1.732}{4} \times 5 \times 5$$

$$= 10.825 \text{ cm}^2$$

- 7 यदि समबाहु की एक भुजा हो तो उसके परिमाण की गणना करें त्रिभुज 55 मिमी लंबा है।

$$\text{भुजा} = 55 \text{ मिमी}$$

$$\text{परिधि (P)} = ?$$

$$P = 3a \text{ unit}$$

$$= 3 \times 55$$

$$= 165 \text{ mm}$$

- 8 उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसकी भुजाएँ 9 cm, 10 cm और 12 cm हैं।

$$\text{Semi Perimeter} = \frac{a+b+c}{2} \text{ unit}$$

$$= \frac{9+10+12}{2} = \frac{31}{2}$$

$$= 15.5 \text{ cm}$$

$$\text{Area A} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \text{ unit}$$

$$= \sqrt{15.5(15.5-9)(15.5-10)(15.5-12)}$$

$$= \sqrt{15.5 \times 6.5 \times 5.5 \times 3.5}$$

$$= \sqrt{1939.4375}$$

$$= 44.03 \text{ cm}^2$$

- 9 एक त्रिकोणीय धातु की प्लेट जिसकी भुजाएँ 60 cm, 50 cm और 20 cm हैं, के दोनों किनारों पर 1.35 रुपये प्रति 100 cm<sup>2</sup> की दर से पॉलिश करने की लागत ज्ञात कीजिए।

$$\text{Semi Perimeter} = \frac{a+b+c}{2} \text{ unit}$$

$$= \frac{60+50+20}{2} = \frac{130}{2}$$

$$= 65 \text{ cm}$$

$$\text{Area A} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \text{ unit}$$

$$= \sqrt{65(65-60)(65-50)(65-20)}$$

$$= \sqrt{65 \times 5 \times 15 \times 45}$$

$$= 468.4 \text{ cm}^2$$

$$\text{Area of polish on both sides} = 2 \times 468.4$$

$$= 936.8 \text{ cm}^2$$

$$\text{Cost of polish per 100 cm}^2 = \text{Rs. } 1.35$$

$$\therefore \text{Cost of polish is } 936.8 \text{ cm}^2 = \frac{936.8}{100} \times 1.35$$

$$= \text{Rs. } 12.65$$

- 10 आधार 20 cm तथा ऊँचाई 8 cm वाले समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

$$\text{आधार } b = 20 \text{ cm}$$

$$\text{समान भुजाएँ या}$$

$$\text{स्लॉट ऊँचाई} = 8 \text{ cm}$$

$$\text{क्षेत्रफल (A)} = ?$$

$$\text{Area (A)} = \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{height unit}$$

$$= \frac{1}{2} \times 20 \times 8$$

$$= 80 \text{ cm}^2$$

- 11 यदि समकोण त्रिभुज की भुजाएँ 10.5 cm और 8.2 cm हैं तो समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

$$\begin{aligned}\text{Area (A)} &= \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{height unit} \\ &= \frac{1}{2} \times 10.5 \times 8.2 \\ &= 43.05 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

12 यदि समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल  $19.44 \text{ m}^2$  है और समकोण वाली इसकी एक आसन्न भुजा  $5.4 \text{ m}$  है, तो त्रिभुज की लंबवत ऊंचाई की ज्ञात करें।

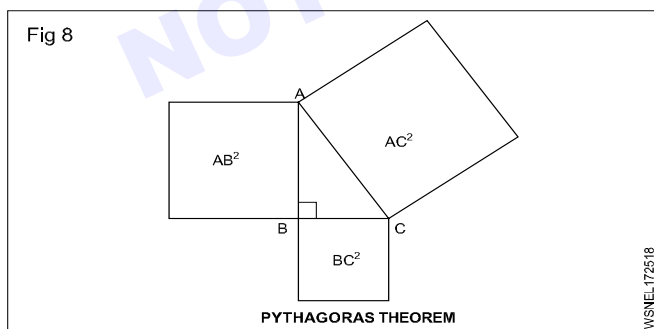
$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{height unit}^2 &= \text{Area} \\ \frac{1}{2} \times 5.4 \times h &= 19.44 \\ h &= \frac{19.44 \times 2}{5.4} \\ &= 7.2 \text{ m}\end{aligned}$$

13  $12.5 \text{ cm}^2$  क्षेत्रफल वाले समकोण त्रिभुज के आधार की गणना करें। यदि इसकी ऊंचाई  $2.5 \text{ cm}$  है।

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{height unit}^2 &= \text{Area} \\ \frac{1}{2} \times b \times 2.5 &= 12.5 \\ b &= \frac{12.5 \times 2}{2.5} \\ &= 10 \text{ cm}\end{aligned}$$

### पाइथागोरस प्रमेय (Pythagoras theorem)

समकोण त्रिभुज में कर्ण को भुजा मानकर खींचे गए वर्ग का क्षेत्रफल अन्य दो भुजाओं को लेकर खींचे गए वर्गों के क्षेत्रफल के योग के बराबर होता है।



$$\angle B = 90^\circ$$

$$AC = \text{Hypotenuse}$$

$$AB \text{ \& \& } BC = \text{Adjacent sides}$$

As per pythagoras theorem,

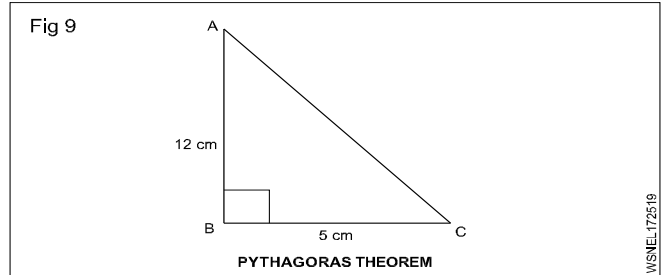
$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$$

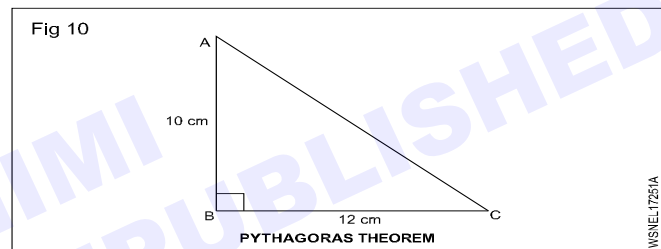
1 एक समकोण त्रिभुज का कर्ण ज्ञात कीजिए जिसका आधार  $5 \text{ cm}$  और ऊंचाई  $12 \text{ cm}$  है।

पाइथागोरस प्रमेय के अनुसार,

$$\begin{aligned}AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ &= 12^2 + 5^2 \\ &= 144 + 25 \\ &= 169 \\ AC &= \sqrt{169} \\ &= 13 \text{ cm}\end{aligned}$$



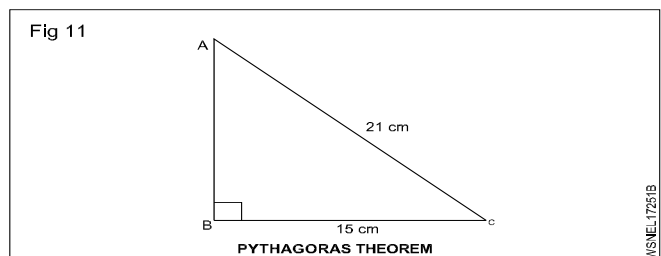
2 एक समकोण त्रिभुज के कर्ण की लंबाई क्या है, जबकि समकोण वाली भुजाएँ  $10 \text{ cm}$  और  $12 \text{ cm}$  हैं।



पाइथागोरस प्रमेय के अनुसार,

$$\begin{aligned}AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ &= 10^2 + 12^2 \\ &= 100 + 144 \\ &= 244 \\ AC &= \sqrt{244} \\ &= 15.62 \text{ cm}\end{aligned}$$

3 एक समकोण त्रिभुज की ऊंचाई ज्ञात करें जिसका आधार  $15 \text{ cm}$  और कर्ण  $21 \text{ cm}$  है।



पाइथागोरस प्रमेय के अनुसार,

$$\begin{aligned}AB^2 + BC^2 &= AC^2 \\ AB^2 + 15^2 &= 21^2 \\ AB^2 &= 441 - 225 \\ &= 216 \\ AB &= \sqrt{216} \\ &= 14.7 \text{ cm}\end{aligned}$$

### वृत्त (Circle)

$$= \frac{616 \times 7}{22}$$

$$= 196$$

$$r = \sqrt{196}$$

$$= 14 \text{ m}$$

Circumference =  $2\pi r$  unit

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14$$

**= 88 m**

3 यदि एक तार 49 cm त्रिज्या वाले एक वृत्त के आकार का है तो वर्ग की वह भुजा ज्ञात करें जिसमें इसे मोड़ा जा सके।

वृत्त की त्रिज्या  $r = 49 \text{ cm}$

वर्ग की भुजा = ?

वर्ग का परिमाण = वृत्त का परिमाण

$$4a = 2\pi r$$

$$4a = 2 \times \frac{22}{7} \times 49$$

$$4a = 308$$

$$a = \frac{308}{4}$$

**= 77 cm**

4 यदि किसी वृत्त की परिधि और व्यास के बीच का अंतर 28 cm है तो इसकी त्रिज्या ज्ञात करें।

परिधि - व्यास = 28 cm

$$2\pi r - d = 28$$

$$2\pi r - 2r = 28$$

$$2r (\pi - 1) = 28$$

$$2r \left( \frac{22}{7} - 1 \right) = 28$$

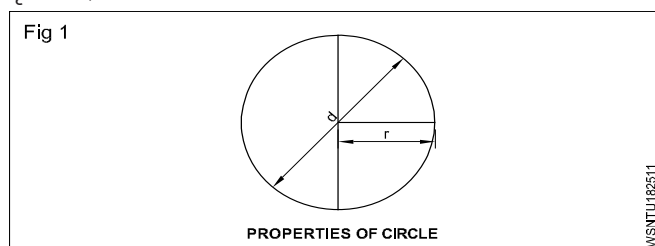
$$2r \left( \frac{22-7}{7} \right) = 28$$

$r =$  वृत्त की त्रिज्या

$d =$  वृत्त का व्यास

$$\pi = \frac{22}{7} = 3.14$$

वृत्त का क्षेत्रफल =  $\pi r^2$



$$(or) \quad = \frac{\pi}{4} d^2 \text{ unit}^2$$

वृत्त की परिधि  $2\pi r$  (या)  $\pi d$  इकाई है

### उदाहरण (Examples)

1 उस वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसकी त्रिज्या 1.54 मीटर है। इसकी परिधि भी ज्ञात कीजिए।

radius  $r = 1.54 \text{ cm}$

Area A = ?

Circumference C = ?

$$A = \pi r^2 \text{ unit}^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 1.54 \times 1.54$$

$$= 7.4536 \text{ m}^2$$

$$C = 2\pi r \text{ unit}$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 1.54$$

$$= 9.68 \text{ m}$$

2 यदि वृत्ताकार भूमि का क्षेत्रफल 616 वर्ग मीटर है तो परिधि ज्ञात कीजिए।

$$A = \pi r^2 \text{ unit}^2$$

$$r^2 = \frac{616}{\pi}$$

$$2r \times \frac{15}{7} = 28$$

$$r = \frac{28 \times 7}{15 \times 2}$$

$$= 6.53 \text{ cm}$$

5 50 cm व्यास के वृत्त से काटे गए सबसे बड़े वर्ग की भुजा क्या है?

वर्ग का विकर्ण = वृत्त का व्यास

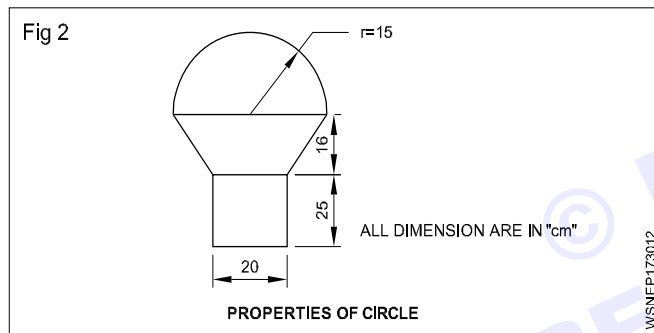
$$\sqrt{2}a = 50$$

$$a = \frac{50}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{50}{1.414}$$

$$= 35.36 \text{ cm}$$

6 नीचे दिए गए चित्र का क्षेत्रफल ज्ञात करें।



$$\text{Area of rectangle} = lb \text{ unit}^2$$

$$= 25 \times 20 \text{ cm}^2$$

$$= 500 \text{ cm}^2$$

$$\text{Area of Trapezium} = \frac{1}{2} \times (a + b) h$$

$$= \frac{1}{2} \times (30 + 20) 16 \text{ cm}^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 50 \times 16 \text{ cm}^2$$

$$= 400 \text{ cm}^2$$

$$\text{Area of Semi circle} = \frac{\pi r^2}{2} \text{ unit}^2$$

$$= \pi \times 15^2 \times \frac{1}{2} \text{ cm}^2$$

$$= 353.57 \text{ cm}^2$$

$$\text{Total area of the figure} = 500 + 400 + 353.57$$

$$= 1253.57 \text{ cm}^2$$

7 शेष स्टील प्लेट का क्षेत्रफल ज्ञात करें यदि 16 cm x 12 cm आयताकार स्टील प्लेट में 6 होल्स हैं, प्रत्येक 4 cm व्यास का है।

आयताकार प्लेट का क्षेत्रफल = लंबाई x चौड़ाई इकाई<sup>2</sup>

$$= 16 \times 12$$

$$= 192 \text{ cm}^2$$

$$\text{होल्सों की संख्या} = 6$$

$$\text{होल्स की त्रिज्या} = 2 \text{ cm}$$

$$6 \text{ होल्सों का क्षेत्रफल} = 6 \times \pi r^2 \text{ इकाई}^2$$

$$= 6 \times \frac{22}{7} \times 2 \times 2 \text{ unit}^2$$

$$= 75.43 \text{ cm}^2$$

$$\text{शेष प्लेट का क्षेत्रफल} = 192 - 75.43$$

$$= 116.57 \text{ cm}^2$$

## अर्द्ध वृत्त (SemiCircle)

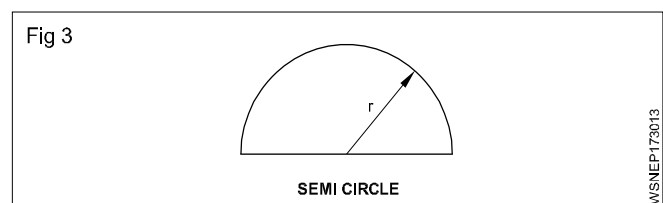
अर्द्ध वृत्त एक त्रिज्यखंड है जिसका केंद्रीय कोण 180° होता है।

अर्द्ध वृत्त के चाप की लम्बाई।

$$\text{Length of arc } \ell = 2\pi r \times \frac{180}{360}$$

$$= 2\pi r \times \frac{1}{2} = \pi r \text{ unit}$$

$$\text{Area of semi circle} = \frac{\pi r^2}{2} \text{ Sq. units}$$



$$\text{Perimeter of a semi circle} = \frac{2\pi r}{2} + 2r$$

$$= \pi r + 2r$$

$$= r(\pi + 2) \text{ unit}$$

### उदाहरण (Examples)

- 1 एक अर्द्धवृत्त की परिधि और क्षेत्रफल की गणना करें जिसकी त्रिज्या 6 cm है।

$$\text{त्रिज्या } r = 6 \text{ cm}$$

$$\text{क्षेत्रफल } A = ?$$

$$\text{परिधि } C = ?$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{\pi r^2}{2} \text{ unit}^2 \\ &= \frac{22}{7} \times \frac{1}{2} \times 6^2 \\ \text{Area (A)} &= \frac{22}{7} \times \frac{1}{2} \times 36 \\ &= \frac{396}{7} = 56.57 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

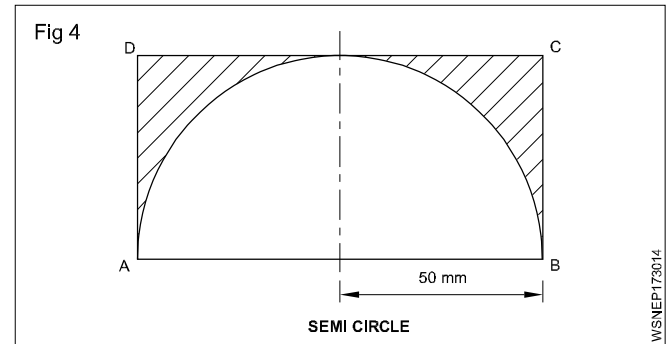
$$\begin{aligned} \text{Perimeter of a semicircle} &= \frac{2\pi r}{2} + 2r = \pi r + 2r \\ &= r(\pi + 2) = 6 \left( \frac{22}{7} + 2 \right) \\ &= 6 \left( \frac{22 + 14}{7} \right) \\ &= 6 \times \frac{36}{7} \\ &= \frac{216}{7} \\ &= 30.86 \text{ cm} \end{aligned}$$

- 2 नीचे दिए गए चित्र से ABCD एक स्टील प्लेट है, गैस कटिंग द्वारा 50 mm त्रिज्या की एक अर्द्ध गोलाकार प्लेट तैयार की गई है। अपशिष्ट क्षेत्रफल ज्ञात करें।

$$\text{प्लेट की लंबाई AB} = 100 \text{ mm}$$

$$\text{चौड़ाई BC} = 50 \text{ mm}$$

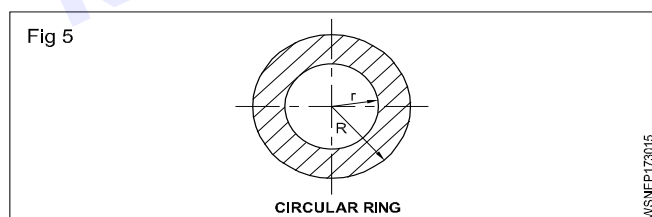
$$\text{त्रिज्या} = 50 \text{ mm}$$



$$\text{अपशिष्ट क्षेत्रफल} = \text{प्लेट क्षेत्रफल} - \text{अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल}$$

$$\begin{aligned} &= lb - \frac{\pi r^2}{2} \\ &= 100 \times 50 - \frac{22 \times 50 \times 50}{7 \times 2} \\ &= 5000 - 3928.57 \\ &= 1071.43 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

### वृत्ताकार छल्ला (Circular ring)



$$R = \text{वृत्ताकार वलय की बाह्य त्रिज्या}$$

$$r = \text{वृत्ताकार वलय की आंतरिक त्रिज्या}$$

$$\text{वृत्ताकार वलय का क्षेत्रफल} = \pi (R^2 - r^2) \text{ इकाई}^2$$

अथवा

$$A = \pi (R + r) (R - r) \text{ इकाई}^2$$

- 1 17 cm के बाह्य व्यास और 14 cm के आंतरिक व्यास वाले पाइप के क्रॉस सेक्शन के क्षेत्र की गणना करें।

दिया हुआ है -

$$\text{पाइप का बाह्य व्यास} = 17 \text{ cm}$$

$$\text{पाइप की बाह्य त्रिज्या (R)} = \frac{17}{2} = 8.5 \text{ cm}$$

$$\text{पाइप का आंतरिक व्यास} = 14 \text{ cm}$$

$$\text{पाइप की आंतरिक त्रिज्या (r)} = \frac{14}{2} = 7 \text{ cm}$$

ज्ञात करने के लिए:

$$\text{पाइप के क्रॉस सेक्शन का क्षेत्रफल} = ?$$

हल:

$$\text{पाइप के क्रॉस सेक्शन का क्षेत्रफल} = \pi (R + r) (R - r)$$

$$\text{इकाई} = \pi (8.5 + 7) (8.5 - 7)$$

$$= \frac{22}{7} \times 15.5 \times 1.5 \text{ cm}^2$$

$$= 73 \text{ cm}^2$$

2 यदि दो संकेन्द्रित वृत्तों की परिधि 134 cm और 90 cm है, तो वृत्ताकार वलय की सीमाओं और क्षेत्रफल के बीच की दूरी ज्ञात करें।

दिया गया है :-

बाह्य वृत्त की परिधि = 134 cm

आंतरिक वृत्त की परिधि = 90 cm

ज्ञात करने के लिए:

वृत्तों के बीच की दूरी = ?

वृत्ताकार वलय का क्षेत्रफल = ?

हल:

बाह्य वृत्त की परिधि = 134 cm

$2\pi R$  = 134 cm

$$R = \frac{134}{2\pi} = 21.32 \text{ cm}$$

आंतरिक वृत्त की परिधि = 90 cm  $2\pi r = 90 \text{ cm}$

$$2\pi r = 90 \text{ cm}$$

$$r = \frac{90}{2\pi} = 14.32 \text{ cm}$$

वृत्त के बीच की दूरी =  $R - r$

$$= 21.32 - 14.32 \text{ cm}$$

$$= 7 \text{ cm}$$

$$\text{वृत्ताकार वलय का क्षेत्रफल} = \pi (R + r) (R - r) \text{ इकाई}^2$$

$$= \pi (21.32 + 14.32) (21.32 - 14.32) \text{ cm}^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 35.64 \times 7 \text{ cm}^2$$

$$= 784.08 \text{ cm}^2$$

3 एक तार को 56 cm त्रिज्या वाले वृत्त के रूप में मोड़ा जा सकता है। यदि इसे वर्गाकार मोड़ा गया है तो भुजा ज्ञात कीजिए।

दिया हुआ:

वृत्त की त्रिज्या = 56 cm

ढूँढ़ने के लिए:

वर्ग की भुजा = ?

हल:

वृत्त की त्रिज्या = 56 cm

वृत्त की परिधि =  $2\pi r$  इकाई =  $2\pi \times 56 \text{ cm}$

वर्ग की भुजा =  $x \text{ cm}$

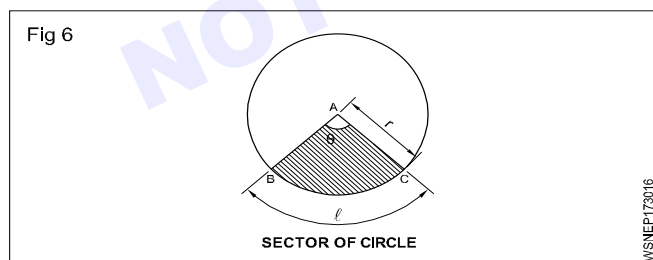
तार को गोल से लेकर चौकोर आकार तक मोड़ा जा सकता है

वर्ग की परिधि = वृत्त की परिधि

$$4 \times a = 352 \text{ cm}$$

$$a = \frac{352}{4} = 88 \text{ cm}$$

## वृत्त का क्षेत्र (Sector of Circle)



$\theta$  = वृत्त के त्रिज्यखंड का कोण

$L$  = चाप की लंबाई

$r$  = त्रिज्या

$$\text{Length of Arc } l = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r \text{ unit}$$

Perimeter  $P = 2r + l$  unit

$$\text{Area} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 \text{ unit}^2 \quad (\text{or}) \quad A = \frac{lr}{2} \text{ unit}^2$$

1 7 cm त्रिज्या वाले वृत्त के एक त्रिज्यखंड का परिमाण और क्षेत्रफल ज्ञात करें और इसका कोण  $120^\circ$  है।

दिया गया:

वृत्त के त्रिज्यखंड का कोण =  $120^\circ$

त्रिज्या = 7 cm

ज्ञात करने के लिए:

परिधि = ? , क्षेत्रफल = ?

हल:

$$\text{Length of arc } (l) = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r \text{ unit}$$

$$= \frac{120}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \text{ cm}$$

$$= 14.67 \text{ cm}$$

$$\text{Perimeter} = 2r + \ell \text{ unit}$$

$$= 2 \times 7 + 14.67 \text{ cm}$$

$$= 28.67 \text{ cm}$$

$$\text{Area} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 \text{ unit}^2$$

$$\text{Area} = \frac{120^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 7 \text{ cm}^2 = 51.33 \text{ cm}^2$$

- 2 यदि वृत्त का कोण  $60^\circ$  है और वृत्त के एक त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल  $144 \text{ cm}^2$  है तो वृत्त की त्रिसine ज्ञात कीजिए।

दिया गया:

$$\text{वृत्त (A) के त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल} = 144 \text{ cm}^2$$

$$\text{वृत्त के त्रिज्यखंड का कोण } \theta = 60^\circ$$

ज्ञात करने के लिए:

$$\text{वृत्त की त्रिसine} = ?$$

हल:

$$\text{Area (A)} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 \text{ unit}^2$$

$$144 = \frac{60^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times r^2 \text{ cm}^2$$

$$r^2 = 274.91 \text{ cm}^2$$

$$r = \sqrt{274.91} = 16.58 \text{ cm}$$

- 3 उस त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसका कोण  $105^\circ$  है, और वृत्त के त्रिज्यखंड का परिमाण  $18.6 \text{ cm}$  है।

दिया गया:

$$\text{वृत्त के एक त्रिज्यखंड का परिमाण} = 18.6 \text{ cm}$$

$$\text{वृत्त के त्रिज्यखंड का कोण} = 105^\circ$$

ज्ञात करने के लिए:

$$\text{क्षेत्रफल} = ?$$

हल:

$$\text{Length of Arc } (\ell) = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r \text{ unit}$$

$$\begin{aligned} \ell &= \frac{105^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times r \\ &= 1.83r \end{aligned}$$

$$\text{Perimeter (P)} = \ell + 2r \text{ unit}$$

$$18.6 = 1.83r + 2r$$

$$3.83r = 18.6 \text{ cm}$$

$$r = \frac{18.6}{3.83} = 4.86 \text{ cm}$$

$$\text{Area A} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 \text{ unit}^2$$

$$= \frac{105^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times (4.86) \text{ cm}^2$$

$$= 21.65 \text{ cm}^2$$

- 4 यदि किसी वृत्त के त्रिज्यखंड की त्रिसine  $12.4 \text{ cm}$  है और परिधि  $64.8 \text{ cm}$  है, तो क्षेत्रफल ज्ञात करें।

दिया गया है:

$$\text{परिधि P} = 64.8 \text{ cm}$$

$$\text{त्रिसine r} = 12.4 \text{ cm}$$

ढूँढ़ने के लिए:

$$\text{क्षेत्रफल A} = ?$$

हल:

$$\text{परिधि P} = \ell + 2r \text{ unit}$$

$$\ell = P - 2r \text{ unit}$$

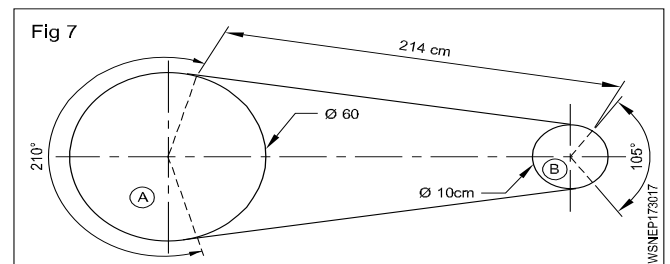
$$= 64.8 - 2(12.4) \text{ cm}$$

$$= 64.8 - 24.8 = 40 \text{ cm}$$

$$\text{Area A} = \frac{\ell r}{2} \text{ unit}^2 = \frac{40 \times 12.4}{2}$$

$$= 248 \text{ cm}^2$$

- 5 यदि बेल्ट की अरैन्ज्मन्ट नीचे दिए गए चित्र में दिखाई गई है, तो बेल्ट की लंबाई ज्ञात करें।



हल:

$$\text{Length } \ell_A = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r \text{ unit}$$

$$= \frac{210^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 30 = 110 \text{ cm}$$

$$\text{Length } \ell_B = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r \text{ unit}$$

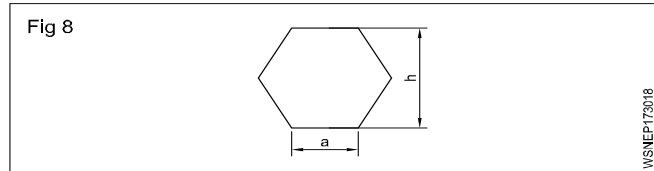
$$= \frac{105^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 5 = 91.7 \text{ cm}$$

$$= \ell_A + \ell_B + 2 \times 214 \text{ cm}$$

$$= 110 + 9.17 + 428 \text{ cm}$$

$$= 547.17 \text{ cm}$$

## षट्भुज (Hexagon)



भुजा = एक इकाई

परिधि P = 6a इकाई

क्षेत्र A =  $6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2$  units इकाई<sup>2</sup> (6 समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल)

DAF (फ्लैटों के बीच की दूरी) DAF (Distance Across Flats) =

DAC (कोनों के बीच की दूरी) = 2 x a इकाई

1 एक नियमित षट्भुज की परिधि, क्षेत्रफल, DAF और DAC ज्ञात करें जिसकी भुजा 2 cm है।

(DAF) - फ्लैटों के बीच की दूरी =  $\sqrt{3} \times a$  unit

(DAC) - कोनों के बीच की दूरी = 2 x a unit

1 एक नियमित की परिधि, क्षेत्रफल, डीएफ और डीएसी ज्ञात करें षट्भुज जिसकी भुजा 2 सेमी है।

(डीएफ - फ्लैटों में दूरी)

(डीएसी - कोनों की दूरी)

दिया गया है: षट्भुज की भुजा (a) = 2 cm

ज्ञात करें: P = ?, A = ?, DAF = ?, DAC = ?

हल:-

षट्भुज का परिमाण (P) = 6a इकाई

$$= 6a \text{ unit} = 6 \times 2 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$$

षट्भुज A का क्षेत्रफल =  $6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2 \text{ unit}^2$

$$= 6 \times \frac{1.732}{4} \times 2^2$$

$$= 10.392 \text{ cm}^2$$

DAF (फ्लैटों के बीच की दूरी) =  $\sqrt{3} \times a \text{ unit}$

$$= \sqrt{3} \times 2 = 1.732 \times 2$$

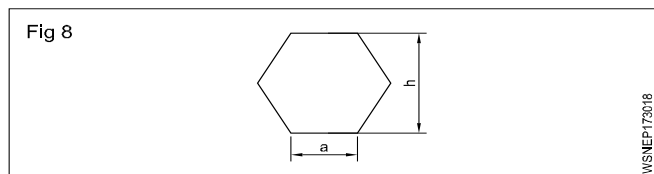
$$= 3.464 \text{ cm}$$

DAC (कोनों के बीच की दूरी)

$$= 2 \times a \text{ unit}$$

$$= 2 \times 2 = 4 \text{ cm}$$

## दीर्घवृत्त (Ellipse)



मुख्य अक्ष AB = 2a

मुख्य अक्ष OB का आधा भाग = a,

लघु अक्ष CD = 2b

लघु अक्ष OC का आधा भाग = b

दीर्घवृत्त A का क्षेत्रफल =  $\pi \times a \times b$  इकाई<sup>2</sup>

दीर्घवृत्त का परिमाण P =  $2\pi \sqrt{\frac{(a^2 + b^2)}{2}} \text{ unit}$

1 यदि किसी दीर्घवृत्त की बड़ी और छोटी धुरी क्रमशः 12 cm और 8 cm है, तो इसका क्षेत्रफल और परिधि ज्ञात करें।

हल:

$$\text{मुख्य अक्ष } 2a = 12 \text{ cm}$$

$$a = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}$$

$$\text{Minor axis } 2b = 8 \text{ cm}$$

$$b = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$$

$$\text{Area } A = \square \times a \times b \text{ unit}^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 6 \times 4 \text{ cm}^2$$

$$= 75.43 \text{ cm}^2$$

$$\text{Perimeter (P)} = 2\pi \sqrt{\frac{(a^2 + b^2)}{2}} \text{ unit}$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \sqrt{\frac{(6^2 + 4^2)}{2}} \text{ unit}$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \sqrt{\frac{36 + 16}{2}} \text{ unit}$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \sqrt{26}$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 5.1 = 32.06 \text{ cm}$$

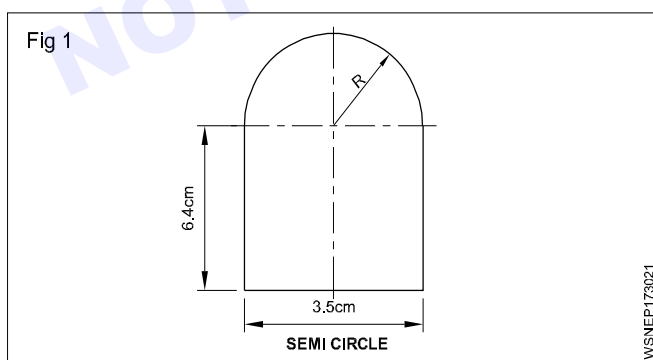
## कार्यभार (Assignment)

### वृत्त (Circle)

- 1 उस वृत्त की परिधि और क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसकी त्रिसine 10 मीटर है।
- 2 यदि किसी वृत्त का क्षेत्रफल  $330 \text{ cm}^2$  है तो उसका व्यास ज्ञात करें।
- 3 यदि किसी वृत्त की परिधि  $50 \text{ cm}$  है तो उसका क्षेत्रफल ज्ञात करें।
- 4  $50 \text{ cm}$  व्यास वाले एक वृत्त का क्षेत्रफल और परिधि ज्ञात करें।
- 5 यदि किसी वृत्त की परिधि  $44 \text{ cm}$  है तो उसका क्षेत्रफल ज्ञात करें।

### अर्द्ध वृत्त (Semi circle)

- 1 अर्धवृत्त की परिधि और क्षेत्रफल की गणना करें जिसकी त्रिसine  $14 \text{ cm}$  है।
- 2 दी गई आकृति का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



### वृत्ताकार छल्ला (Circular ring)

- 1 एक रिंग वॉशर का क्षेत्रफल ज्ञात करें, जिसकी आंतरिक त्रिसine और बाह्य त्रिसine क्रमशः  $13 \text{ cm}$  और  $15 \text{ cm}$  है।
- 2 एक वॉशर के रिंग भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसकी बाह्य डिस्क  $30$  मीटर और आंतरिक डिस्क  $20$  मीटर है। वृत्तों की परिधि के बीच का अंतर भी ज्ञात कीजिए।

### वृत्त का क्षेत्र (Sector of circle)

- 1  $5 \text{ cm}$  त्रिसine वाले एक वृत्त के त्रिज्यखंड का परिमाण और क्षेत्रफल ज्ञात करें और इसका कोण  $960$  है।
- 2 यदि वृत्त का कोण  $900$  है और वृत्त के त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल  $196 \text{ cm}^2$  है तो वृत्त की त्रिसine ज्ञात कीजिए।

### षट्भुज (Hexagon)

- 1  $4 \text{ cm}$  भुजा वाले षट्भुज का क्षेत्रफल, परिधि, डीएएफ और डीएसी ज्ञात करें।
- 2 एक नियमित षट्भुज छड़ के क्रॉस सेक्शन का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसकी भुजा  $7.5 \text{ cm}$  है।

### दीर्घवृत्त (Ellipse)

- 1 उस सबसे बड़े दीर्घवृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसे  $18 \text{ cm}$  लंबाई और  $12 \text{ cm}$  चौड़ाई वाले एक आयत में अंकित किया जा सकता है। इसकी परिधि भी ज्ञात कीजिए।
- 2 जमीन के एक अण्डाकार भूखंड को घेरने के लिए कितनी बाड़ लगाने की आवश्यकता होगी, दीर्घवृत्त की धुरी क्रमशः  $200$  और  $170$  मीटर है।

## क्षेत्रमिति (Mensuration) - सतह क्षेत्र और ठोस पदार्थों की मात्रा - घन, घनाभ, सिलेंडर, गोला और खोखला सिलेंडर (Surface area and volume of solids - cube, cuboid, cylinder, sphere and hollow cylinder)

### घन (Cube)

घन की सभी भुजाएँ समान होती हैं अर्थात् लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई का मान समान होता है। यह छह समान वर्गाकार फलकों से घिरा है।

घन का आयतन = भुजा x भुजा x भुजा

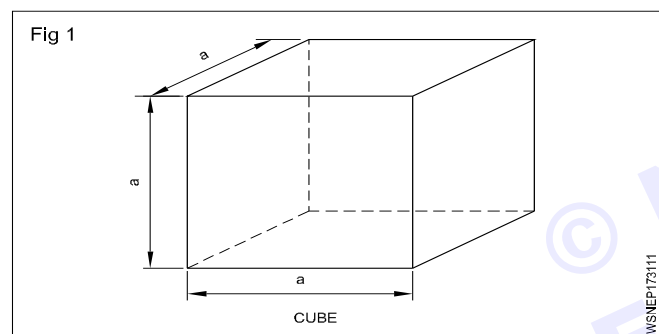
$$= a^3 \text{ इकाई}^3$$

पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $4a^2$  इकाई<sup>2</sup>

कुल सतह क्षेत्रफल =  $6 \times \text{भुजा} \times \text{भुजा}$

$$= 6a^2 \text{ इकाई}^2 \quad \sqrt{3} = 1.732$$

Diagonal d =  $\sqrt{3}a$



### आयताकार ठोस (या) घनाभ (Rectangular solid (or) cuboid)

आयताकार मिट्टी छह आयताकार सरफेस से घिरी होती है और विपरीत सरफेस एक दूसरे के बराबर और समानांतर होती हैं।

आयताकार ठोस का आयतन

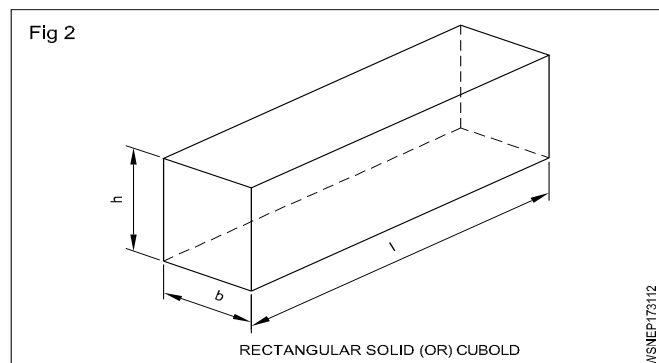
$$= \text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई}$$

$$= l \cdot b \cdot h \text{ इकाई}^3$$

पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $2h(l+b)$  इकाई<sup>2</sup>

कुल सरफेस का क्षेत्रफल =  $2lb + 2bh + 2hl$

$$= 2(lb+bh+hl) \text{ इकाई}^2$$

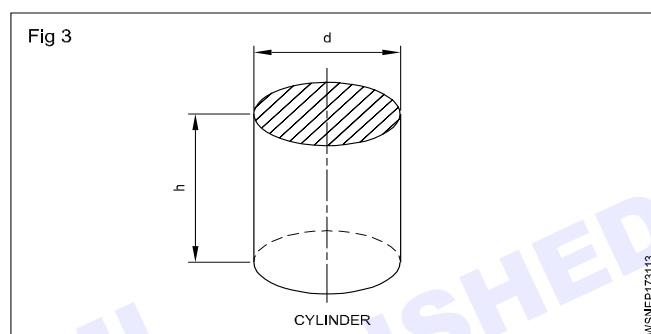


l = लंबाई, b = चौड़ाई और h = ऊँचाई

### सिलेंडर (cylinder)

यह एक प्रिज्म है जिसकी ऊपरी एवं निचली सतहें बराबर एवं गोलाकार होती हैं।

$$\text{Volume of cylinder} = \pi r^2 h \quad \text{or} \quad \frac{\pi d^2}{4} h$$



बेलन का वक्र क्षेत्रफल =  $2\pi rh$  इकाई<sup>2</sup>

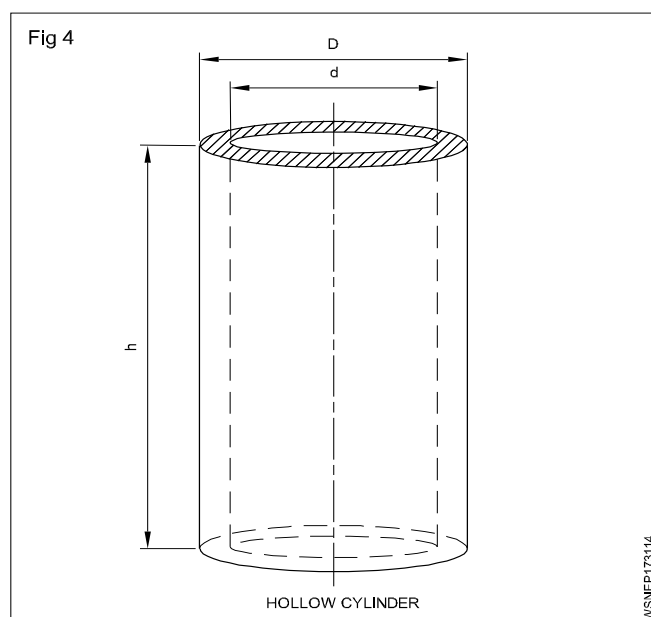
बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $2\pi r(h+r)$  इकाई<sup>2</sup>

r = आधार की त्रिज्या, d = आधार का व्यास

h = सिलेंडर की ऊँचाई

### खोखला सिलेंडर (Hollow cylinder)

खोखला मतलब खाली जगह, खोखले बेलन में एक खाली जगह होती है। पानी का पाइप खोखले सिलेंडर का एक उदाहरण है।



$$\begin{aligned}
 \text{खोखले सिलेंडर का आयतन} &= \pi (R^2 - r^2) h \text{ (or)} \\
 &= \pi (R + r) (R - r) h \text{ (or)} \\
 &= \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) h \text{ unit}^3 \\
 &= \frac{\pi}{4} (D + d)(D - d)h
 \end{aligned}$$

खोखले सिलेंडर का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = आंतरिक + बाह्य वक्र का क्षेत्रफल + ऊपर और नीचे के वृत्ताकार भाग का क्षेत्रफल

$$\therefore \text{TSA} : 2\pi Rh + 2\pi rh + 2\pi(R^2 - r^2)$$

R = बाह्य त्रिज्या

r = आंतरिक त्रिज्या

D = बाहरी व्यास

d = आंतरिक व्यास

h = सिलेंडर की ऊँचाई

t = मोटाई

$$\text{मध्य व्यास} = \frac{D - d}{2}$$

यदि मोटाई दी गयी हो तो:

खोखले सिलेंडर का आयतन =  $\pi \times$  मध्य व्यास  $\times$  मोटाई  $\times$  ऊँचाई

**ठोसों का आयतन ज्ञात करना (Finding out volumes of solids)**

किसी पिंड द्वारा घेरे गए स्थान को उसका आयतन कहा जाता है। किसी पिंड का आयतन उसमें पदार्थ धारण करने की क्षमता को दर्शाता है।

पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल का सामान्य रूप कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन है:

**पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल** = आधार की परिधि  $\times$  ऊँचाई

**कुल सतह क्षेत्रफल** = LSA + 2 (आधार क्षेत्रफल)

**आयतन** = आधार का क्षेत्रफल  $\times$  ऊँचाई

महत्वपूर्ण और आमतौर पर उपयोग किए जाने वाले ठोस पदार्थों का एक के बाद एक वर्णन नीचे दिया गया है:

**घन (Cube)**

1 4.5 cm भुजा वाले घन का विकर्ण, पार्श्व सतह क्षेत्रफल, कुल सतह क्षेत्रफल और आयतन ज्ञात करें।

$$\begin{aligned}
 \text{side } a &= 4.5 \text{ cm} \\
 \text{diagonal } d &= \sqrt{3}a \text{ unit} \\
 &= 1.732 \times 4.5 \\
 &= 7.794 \text{ cm} \\
 \text{L.S.A} &= 4a^2 \text{ unit}^2 \\
 &= 4 \times 4.5 \times 4.5 \\
 &= 81 \text{ cm}^2 \\
 \text{T.S.A} &= 6a^2 \text{ unit} \\
 &= 6 \times 4.5 \times 4.5 \\
 &= 121.5 \text{ cm}^2 \\
 V &= a^3 \text{ unit}^3 \\
 &= 4.5 \times 4.5 \times 4.5 \\
 &= 91.125 \text{ cc.}
 \end{aligned}$$

2 उस घन का आयतन ज्ञात कीजिए जिसकी भुजा 9 cm है

$$\begin{aligned}
 a &= 9 \text{ cm} \\
 V &= ? \\
 V &= a^3 \\
 &= 9 \times 9 \times 9 \\
 &= 729 \text{ cm}^3
 \end{aligned}$$

3 यदि किसी घन का आयतन  $3375 \text{ cm}^3$  है तो घन की भुजा ज्ञात करें।

$$\begin{aligned}
 V &= 3375 \text{ cm}^3 \\
 a &= ? \\
 a^3 &= 3375 \\
 a &= \sqrt[3]{3375} \\
 &= \sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5} \\
 &= 3 \times 5 \\
 &= 15 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

4 एक घन की भुजा ज्ञात करें, यदि इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल  $216 \text{ cm}^2$  है, पृष्ठीय क्षेत्रफल = T.S.A =  $216 \text{ cm}^2$  है।

$$\begin{aligned}
 6a^2 &= 216 \\
 a^2 &= \frac{216}{6} \\
 &= 36 \\
 a &= \sqrt{36} \\
 &= 6 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

5 वर्गाकार टैंक की भुजा ज्ञात करें, यदि इसकी ऊँचाई 2 मीटर है और इसकी क्षमता 50,000 लीटर पानी रखने की है।

वर्गाकार टैंक की ऊँचाई (h) = 2 मीटर

$$\begin{aligned}
 \text{Capacity} &= 50,000 \text{ litre} \\
 1000 \text{ litre} &= 1 \text{ m}^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 50,000 \text{ Litre} &= \frac{50000}{1000} \\
 &= 50 \text{ m}^3
 \end{aligned}$$

$$\text{Capacity of tank} = 50 \text{ m}^3$$

$$a^2 \times h = 50$$

$$a^2 \times 2 = 50$$

$$a^2 = \frac{50}{2} = 25 \text{ m}^2$$

$$a = \sqrt{25} = 5 \text{ m}$$

**वर्गाकार टैंक की भुजा = 5 मीटर**

**आयताकार ठोस (या) घनाभ (Rectangular Solid (or) Cuboid)**

1 यदि एक टैंक 20 मीटर लंबा, 15 मीटर चौड़ा और 12 मीटर ऊँचा है तो इसका आयतन और T.S.A. ज्ञात करें।

$$l = 20\text{m}$$

$$b = 15\text{ m}$$

$$h = 12\text{ m}$$

$$v = ?$$

$$\text{T.S.A} = ?$$

$$\text{आयतन } v = lbh \text{ इकाई}^3$$

$$= 20 \times 15 \times 12$$

$$= 3600 \text{ m}^3$$

$$\text{T.S.A} = 2(lb + bh + hl) \text{ unit}^2$$

$$= 2((20 \times 15) + (15 \times 12) + (20 \times 12))$$

$$= 2(300 + 180 + 240)$$

$$= 1440 \text{ m}^2$$

- 2 यदि क्रॉस सेक्शन 260 मिमी लंबाई और 180 मिमी चौड़ा आयताकार है और ईंधन टैंक की क्षमता  $10500 \text{ cm}^3$  है तो इसकी ऊँचाई ज्ञात करें।

$$l = 260\text{mm} = 26\text{ cm}$$

$$b = 180\text{ mm} = 18\text{ cm}$$

$$v = 10500 \text{ cm}^3$$

$$h = ?$$

$$l.b.h = \text{volume}$$

$$26 \times 18 \times h = 10500$$

$$h = \frac{10500}{26 \times 18}$$

$$= 22.44 \text{ cm}$$

- 3 यदि एक पानी की टंकी की लंबाई = 1 मीटर, चौड़ाई = 0.8 मीटर और ऊँचाई = 1.2 मीटर है, तो यह कितने लीटर पानी संग्रहित कर सकती है?

$$\text{आयतन} = l \times b \times h \text{ unit}^3$$

$$= 1 \times 0.8 \times 1.2$$

$$= 0.96 \text{ m}^3 \quad [1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ litres}]$$

$$= 0.96 \times 1000$$

$$= \text{टैंक में } 960 \text{ लीटर पानी संग्रहित हो सकता है.}$$

- 4 यदि प्रिज्म का आधार एक आयत है जिसकी लंबाई 5 मीटर, चौड़ाई 4 मीटर है और प्रिज्म की ऊँचाई 15 मीटर है तो इसका आयतन ज्ञात करें।

प्रिज्म का आधार आयताकार है

आधार का क्षेत्रफल = लंबाई  $\times$  चौड़ाई

$$= 5 \times 4$$

$$= 20 \text{ वर्ग मीटर}$$

प्रिज्म का आयतन = आधार का क्षेत्रफल  $\times$  ऊँचाई

$$= 20 \times 15$$

$$= 300 \text{ cm}^3$$

## सिलेंडर (Cylinder)

- 1 9 cm व्यास और 15 cm ऊँचाई वाले एक सिलेंडर का आयतन और कुल सतह ज्ञात कीजिए।

$$\text{व्यास} = 9\text{ cm}$$

$$\text{त्रिज्या } r = 4.5\text{ cm}$$

$$\text{ऊँचाई } h = 15\text{ cm}$$

$$\text{आयतन } V = ?$$

$$\text{T.S.A} = ?$$

$$V = \pi r^2 h \text{ unit}^3$$

$$= \frac{22}{7} \times 4.5 \times 4.5 \times 15$$

$$= 954.4 \text{ cm}^3$$

$$\text{T.S.A} = 2\pi r(h+r) \text{ unit}^2$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 4.5 (15 + 4.5)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 4.5 \times 19.5$$

$$= 551.4 \text{ cm}^2$$

- 2 यदि एक बेलनाकार रोलर का वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल  $48\pi \text{ cm}^2$  है और रोलर 10 cm लंबा है तो त्रिज्या की ज्ञात करें

$$\text{C.S.A} = 48\pi \text{ cm}^2$$

$$\text{लंबाई} = 10\text{ cm}$$

$$\text{त्रिज्या} = ?$$

$$2\pi rh = 48\pi$$

$$2 \times \pi \times r \times 10 = 48\pi$$

$$r = \frac{48 \times \pi}{2 \times \pi \times 10}$$

$$= 2.4 \text{ cm}$$

- 3 यदि एक बेलन का आयतन  $5544 \text{ cm}^3$  है और इसकी ऊँचाई 16 cm है तो इसकी त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

$$\pi r^2 h = v$$

$$3.14 \times r^2 \times 16 = 5544$$

$$r^2 = \frac{5544}{3.14 \times 16}$$

$$r^2 = \frac{5544}{50.24}$$

$$= 110.35$$

$$r = \sqrt{110.35}$$

$$= 10.5 \text{ cm}$$

- 4 टैंक का व्यास ज्ञात करें यदि एक गोलाकार टैंक का आयतन 68.46 m<sup>3</sup> है, इसकी ऊंचाई 2 मीटर है।

$$\begin{aligned}\pi r^2 h &= 68.46 \\ r^2 &= \frac{68.46}{3.14 \times 2} \\ r^2 &= 10.9 \\ r &= \sqrt{10.9} \\ &= 3.3 \text{ m} \\ \text{diameter} &= 2r \\ &= 2 \times 3.3 \\ &= \mathbf{6.6 \text{ m}}\end{aligned}$$

- 5 3 मीटर लम्बा तथा 1.9994 मीटर व्यास का एक बेलनाकार बर्तन बनाना है। यदि यह एक सिरे पर बंद रूप में है तो इसके कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल की गणना करें।

$$\begin{aligned}h &= 3 \text{ m} \\ d &= 1.9994 \text{ m} \\ r &= 0.9997 \text{ m} \\ \text{T.S.A} &= \text{C.S.A} + \text{Base area} \\ &= 2\pi rh + \pi r^2 \\ &= (2 \times \frac{22}{7} \times 0.9997 \times 3) + (\frac{22}{7} \times 0.9997^2) \\ &= 18.85 + 3.14 \\ &= \mathbf{21.99 \text{ m}^2}\end{aligned}$$

- 6 75 cm त्रिज्या और 100 cm ऊंचाई वाला एक सिलेंडर कितने लीटर पानी जमा कर सकता है?

$$\begin{aligned}V &= \pi r^2 h \text{ unit}^3 \\ &= 3.142 \times 75 \times 75 \times 100 \\ &= 1767375 \text{ cm}^3 \\ &= \frac{1767375}{1000} \quad [1000 \text{ cc} = 1 \text{ litre}] \\ &= \mathbf{1767.375 \text{ litres.}}\end{aligned}$$

- 7 बेलनाकार टिन की ऊंचाई की गणना करें यदि 40 cm लंबे, 30 cm चौड़े और 25 cm गहरे एक बंद आयताकार बक्से का आयतन 17.5 cm त्रिज्या वाले सिलेंडर टिन के समान है।

$$\begin{aligned}\text{सिलेंडर का आयतन} &= \text{आयताकार डिब्बे का आयतन} \\ \pi r^2 h &= l \times b \times h \\ \frac{22}{7} \times 17.5 \times 17.5 \times h &= 40 \times 30 \times 25 \\ h &= \frac{40 \times 30 \times 25 \times 7}{22 \times 17.5 \times 17.5} \\ &= \frac{210000}{6737.5} \\ &= \mathbf{31.17 \text{ cm}}\end{aligned}$$

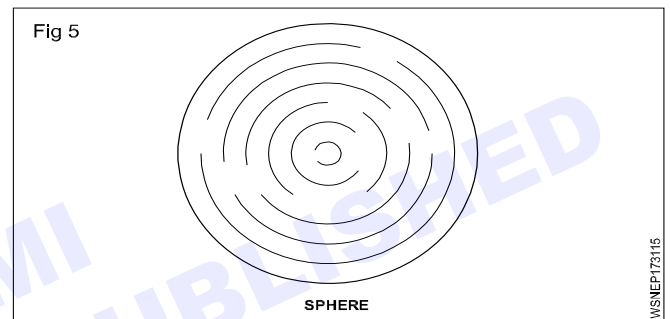
- 8 एक ऑक्सीजन सिलेंडर का व्यास 15 cm और लंबाई 100 cm है। इसे दबाव में गैस से भरा जाता है ताकि सिलेंडर के प्रत्येक cm<sup>3</sup> में 120 cm<sup>3</sup> गैस हो। इसमें कितनी cc ऑक्सीजन भरी है?

$$\begin{aligned}\text{सिलेंडर का आयतन} &= \pi r^2 h \text{ इकाई}^3 \\ &= \frac{22}{7} \times 7.5 \times 7.5 \times 100 \\ &= 17678.57 \text{ cm}^3 \\ 1 \text{ cm}^3 \text{ में गैस} &= 120 \text{ cm}^3 \text{ गैस} \\ 17678.57 \text{ cm}^3 \text{ में गैस} &= 17678.57 \times 120 \\ &= \mathbf{2121428 \text{ cm}^3}\end{aligned}$$

**ऑक्सीजन का आयतन = 2121428 cc.**

### गोला (Spheres)

गोला एक ठोस वृत्ताकार पिंड है



$$\begin{aligned}\text{गोले का आयतन} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \quad \text{or} \\ &= \frac{\pi}{6} d^3 \text{ unit}^3\end{aligned}$$

$$\text{गोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 4\pi r^2 \text{ इकाई}^2$$

जहाँ r = गोले की त्रिज्या = गोले का व्यास

d = Diameter of sphere

$$\text{Radius} = \frac{1}{2} \text{ of diameter}$$

- 1 3 cm त्रिज्या के एक गोले का आयतन और पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

$$\begin{aligned}V &= \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ unit}^3 \\ &= \frac{4 \times \frac{22}{7} \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 7} \\ &= 113.1 \text{ cm}^3 \\ \text{कुल सतह का क्षेत्रफल} &= 4\pi r^2 \text{ इकाई}^2 \\ &= 4 \times \frac{22}{7} \times 3 \times 3 \\ &= \mathbf{113.1 \text{ cm}^2}\end{aligned}$$

2 15625 cc आयतन वाले गोले का व्यास ज्ञात कीजिए।

$$\frac{4}{3} \pi r^3 = \text{Volume}$$

$$\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times r^3 = 15625$$

$$r^3 = \frac{15625 \times 3 \times 7}{4 \times 22}$$

$$= \frac{328125}{88}$$

$$= 3728.69$$

$$r = \sqrt[3]{3728.69}$$

$$= 15.51 \text{ cm}$$

$$\text{व्यास} = 2 \times \text{त्रिसine}$$

$$= 2 \times 15.51$$

$$= 31.02 \text{ cm}$$

3 32 cm व्यास वाले एक गोले से 1 cm त्रिसine की कितनी गोलाकार गेंदें बनाई जा सकती हैं?

गेंदों की संख्या  $\times$  छोटे गोले का आयतन = बड़े गोले का आयतन

$$N \times \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$N \times \frac{4}{3} \times r^3 = \frac{4}{3} \times R^3$$

$$N = 16 \times 16 \times 16$$

$$= 4096 \text{ balls}$$

4 यदि बिना कोई अपव्यय के 3 cm, 4 cm और 5 cm व्यास वाली तीन पीतल की गेंदों को पिघलाकर एक ठोस गेंद बना दिया जाता है। ठोस गेंद का व्यास ज्ञात करें।

$$1^{\text{st}} \text{ ball } d_1 = 3 \text{ cm,}$$

$$r_1 = 1.5 \text{ cm}$$

$$2^{\text{nd}} \text{ ball } d_2 = 4 \text{ cm,}$$

$$r_2 = 2 \text{ cm}$$

$$3^{\text{rd}} \text{ ball } d_3 = 5 \text{ cm,}$$

$$r_3 = 2.5 \text{ cm}$$

नई गेंद का व्यास = ?

नई गेंद का आयतन = 3 गोलाकार गेंदों का आयतन

$$\frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi r_1^3 + \frac{4}{3} \pi r_2^3 + \frac{4}{3} \pi r_3^3$$

$$\frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi (1.5^3 + 2^3 + 2.5^3)$$

$$r^3 = 3.375 + 8 + 15.625$$

$$r^3 = 27$$

$$r = \sqrt[3]{27}$$

$$r = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3}$$

$$r = 3 \text{ cm}$$

$$\text{गेंद का व्यास} = 2 \times r$$

$$= 2 \times 3$$

$$= 6 \text{ cm}$$

## कार्यभार (Assignment)

### घन (Cube)

- घन का विकर्ण, पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल, कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन ज्ञात कीजिए, जिसकी भुजा 15 cm है।
- 10 घनों का आयतन ज्ञात कीजिए जिनकी प्रत्येक भुजा 5 cm है।
- यदि किसी ठोस घन की प्रत्येक भुजा 60 मिमी लंबी हो तो उसका आयतन ज्ञात कीजिए।
- यदि किसी घन का कुल पृष्ठ क्षेत्रफल 384 वर्ग मीटर है तो इसकी भुजा क्या है?

### घनाभ (Cuboid)

- टैंक का आयतन  $m^3$  में ज्ञात कीजिए, यदि लंबाई 60 मीटर, चौड़ाई 40 मीटर और ऊंचाई 20 मीटर है।
- C.I. का आयतन ज्ञात कीजिए। यदि 25 cm  $\times$  20 cm  $\times$  8 cm आकार वाले एक आयताकार ब्लॉक की ढलाई दी गयी है।
- एक बक्से की कुल सतह का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी लंबाई, चौड़ाई और ऊंचाई क्रमशः 120 cm, 50 cm और 60 cm है।

4 यदि पीतल की एक शीट 25 cm वर्ग की और 0.4 cm मोटी है तो शीट का आयतन ज्ञात करें।

### बेलन (Cylinder)

- उस बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसका व्यास 18 cm और ऊंचाई 34 cm है?
- उस बेलन का कुल सतह क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसका व्यास 24 cm और ऊंचाई 40 cm है?
- उस बेलन का आयतन ज्ञात कीजिए जिसका आधार 10 cm त्रिसine और ऊंचाई 40 cm है?

### गोला (Sphere)

- 3.5 cm व्यास वाले गोले का आयतन ज्ञात कीजिए?
- 1.75 cm त्रिसine वाले गोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए?
- 16 cm व्यास वाले एक गोले से 1 cm त्रिसine वाली कितनी गोलाकार गेंदें बनाई जा सकती हैं?
- 2 मी, 4 cm और 6 cm व्यास की तीन गेंदों को पिघलाकर एक ठोस गेंद बनाई जाती है। यदि कोई अपव्यय न हो तो ठोस गेंद का व्यास ज्ञात करें।

## त्रिकोणमिति (Trigonometry) - कोणों का मापन (Measurement of angles)

## परिचय (Introduction):

त्रिकोणमिति गणित की वह शाखा है जो त्रिभुज की तीन भुजाओं और तीन कोणों के माप और सम्बंध के अध्ययन से सम्बंधित है।

## यूनिट (Units):

## कोणों का मापन (Measurement of Angles)

कोण को मापने की तीन प्रणालियाँ हैं:

## i सेक्सजेसिमल सिस्टम (Sexagesimal System)

इसे ब्रिटिश सिस्टम कहा जाता है। इस प्रणाली में, एक समकोण को 90 बराबर भागों में विभाजित किया जाता है जिन्हें डिग्री कहा जाता है। प्रत्येक भाग को 60 भागों में विभाजित किया जाता है जिन्हें मिनट कहा जाता है। प्रत्येक मिनट को 60 भागों में विभाजित किया जाता है जिन्हें सेकंड कहा जाता है। क्रमशः इस प्रकार विभाजित भागों को कहा जाता है

: एक डिग्री (1°), एक मिनट (1') और एक सेकंड (1'')

इसका मतलब है 1 समकोण = 90° (90 डिग्री)

$$1 \text{ डिग्री (1°) = 60' (60 मिनट)}$$

$$1 \text{ मिनट (1') = 60'' (60 सेकंड)}$$

त्रिकोणमिति में अधिकतर इसी प्रणाली का प्रयोग किया जाता है।

## ii सेंटीसिमल प्रणाली (Centesimal System)

इसे फ्रेंच प्रणाली कहा जाता है। इस प्रणाली में समकोण को 100 बराबर भागों में विभाजित किया जाता है जिन्हें ग्रेड कहा जाता है। प्रत्येक ग्रेड को 100 मिनट में विभाजित किया गया है और प्रत्येक मिनट को 100 सेकंड में विभाजित किया गया है। इस प्रकार विभाजित भागों को क्रमशः कहा जाता है:

एक ग्रेड (1 ग्राम), एक मिनट (1'), एक सेकंड (1'')

इसका मतलब है 1 समकोण = 100 ग्रेड (100 ग्राम)

$$1 \text{ ग्रेड (1 ग्राम) = 100 मिनट (100')}$$

$$1 \text{ मिनट (1') = 100 सेकंड (100'')}$$

$$90^\circ = 100 \text{ ग्राम (क्योंकि प्रत्येक समकोण है)}$$

यह सिस्टम सेक्सजेसिमल सिस्टम से आसान है। लेकिन इस प्रणाली का उपयोग करने के लिए कई अन्य प्रणालियाँ तैयार करनी होंगी इसीलिए इस प्रणाली का उपयोग नहीं किया जाता है।

## iii वृत्ताकार प्रणाली (Circular System)

इस प्रणाली में कोण मापने की इकाई रेडियन है। यह वह कोण है जो केंद्र पर बनता है और एक वृत्त में त्रिज्या के बराबर लंबाई के चाप से बनता है।

किसी वृत्त की परिधि और व्यास के बीच एक स्थिर अनुपात होता है। इसे  $\pi$  द्वारा दर्शाया जाता है।

$$\frac{\text{Circumference}}{\text{Diameter}} = \text{कांस्टेंट पॉइंट} = \pi$$

$$\text{परिधि} = \pi \times \text{व्यास}$$

$$= 2\pi r \text{ (जहाँ } r \text{ वृत्त की त्रिज्या है)}$$

$$\pi = \frac{22}{7}$$

$$\text{परिधि एक कोण (2}\pi\text{r)} = 360^\circ \text{ बनाती है}$$

वृत्त की त्रिज्या एक कोण बनाती है (r) = 1 रेडियन

$$\text{जैसे : } \frac{C}{r} = \frac{360^\circ}{1 \text{ Radian}}$$

$$\frac{2\pi r}{r} = \frac{360^\circ}{1 \text{ Radian}}$$

$$2\pi = \frac{360^\circ}{1 \text{ Radian}}$$

$$2\pi \text{ रेडियन} = 360^\circ$$

$$\pi \text{ रेडियन} = 180^\circ$$

$$1 \text{ रेडियन} = \frac{\pi}{180^\circ}$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \text{ रेडियन}$$

## उदाहरण (Examples)

1 45°36'20" को डिग्री और डिग्री के दशमलव में बदलें।

$$60 \text{ सेकंड} = 1 \text{ मिनट}$$

$$20 \text{ सेकंड} = \frac{20}{60} = 0.333'$$

$$60 \text{ सेकंड} = 1 \text{ डिग्री}$$

$$36.333 \text{ मिनट्स} = \frac{36.333}{60} = 0.606^\circ$$

$$45^\circ 36' 20'' = 45.606^\circ$$

2 24.59° को डिग्री, मिनट और सेकंड में बदलें

$$1 \text{ डिग्री} = 60 \text{ मिनट}$$

$$0.59 \text{ डिग्री} = 0.59 \times 60 = 35.4'$$

$$1 \text{ मिनट} = 60 \text{ सेकंड}$$

$$0.4 \text{ मिनट} = 60 \text{ सेकंड} \times 0.4$$

$$= 24''$$

$$\text{इसलिए } 24.59^\circ = 24^\circ 35' 24''$$

3 कोण की डिग्री को दशमलव में बदलकर 50°37'30" को डिग्री में बदलें

$$30'' = \frac{30}{60} = 0.50'$$

$$37'30'' = 37.5'$$

$$37.5' = \frac{37.5}{60} = 0.625^\circ$$

$$50^\circ 37' 30'' = 50.625^\circ$$

4 23°25' 32" को रेडियन में बदलें

हम जानते हैं 10 = 60' = 3600"

इसलिए 23°25'32"

$$\begin{aligned} &= \left( 23 + \frac{25}{60} + \frac{32}{3600} \right) \text{ degrees} \\ &= \frac{82800 + 1500 + 32}{3600} \\ &= \frac{84332}{3600} \end{aligned}$$

$$\text{But } 180^\circ = \pi \text{ radians}$$

अतः 23.4255 डिग्री

$$\begin{aligned} &= \frac{23.4255}{180} \pi \text{ radians} \\ &= \frac{23.4255}{180} \times \frac{22}{7} \text{ radians} \\ &= 0.4089 \text{ रेडियंस} \end{aligned}$$

5 87°19' 57" को रेडियन में बदलें।

$$\begin{aligned} 19'57'' &= 19' + \frac{57''}{60} \\ &= 19' + 0.95' \\ &= 19.95' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 87^\circ 19.95' &= 87^\circ + \frac{19.95'}{60} \\ &= 87^\circ + 0.332^\circ = 87.33^\circ \end{aligned}$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ रेडियन}$$

$$\begin{aligned} 87.33^\circ &= \frac{\pi}{180} \times 87.33 \text{ रेडियन} \\ &= 1.524 \text{ रेडियन} \end{aligned}$$

6 67°11'43" को रेडियन में बदलें

$$\begin{aligned} 11'43'' &= 11' + \frac{43''}{60} \\ &= 11' + 0.716' \\ &= 11.72' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 67^\circ 11.72' &= 67^\circ + \frac{11.72'}{60} \\ &= 67^\circ + 0.195^\circ \\ &= 67.2^\circ \end{aligned}$$

$$1^\circ = \text{रेडियन}$$

$$\begin{aligned} 67.2^\circ &= \frac{\pi}{180} \times 67.2 \text{ रेडियन} \\ &= 1.173 \text{ रेडियन} \end{aligned}$$

7 कनवर्ट  $\frac{4}{7}$  करें डिग्री में

$$1 \text{ रेडियन} = \frac{180}{\pi} \text{ डिग्री}$$

$$\begin{aligned} \frac{4}{7} \text{ रेडियन} &= \frac{180}{\pi} \times \frac{4}{7} \text{ डिग्री} \\ &= 102.9 \text{ डिग्री} \end{aligned}$$

$$= 102^\circ 0.9 \times 60'$$

$$= 102^\circ 54'$$

8 0.8357 रेडियन को डिग्री में बदलें

$$1 \text{ रेडियन} = \frac{180}{\pi} \text{ डिग्री}$$

$$\begin{aligned} 0.8357 \text{ रेडियन} &= \frac{180}{\pi} \times 0.8357 \text{ डिग्री} \\ &= 47.88^\circ \end{aligned}$$

$$= 47^\circ 0.88 \times 60'$$

$$= 47^\circ 52.80'$$

$$= 47^\circ 52' 0.8 \times 60''$$

$$= 47^\circ 52' 48''$$

9 2.752 रेडियन को डिग्री में बदलें

$$1 \text{ रेडियन} = \frac{180}{\pi} \text{ डिग्री}$$

$$\begin{aligned} 2.7520 \text{ रेडियन} &= \frac{180}{\pi} \times 2.752 \text{ डिग्री} \\ &= 157.7^\circ \end{aligned}$$

$$= 157.7^\circ \times 60'$$

$$= 157^\circ 42'$$

10 कनवर्ट  $\frac{3}{5}$  करें रेडियन को डिग्री में

$$1 \text{ रेडियन} = \frac{180}{\pi} \text{ डिग्री}$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \text{ रेडियन} &= \frac{180}{\pi} \times \frac{3}{5} \text{ डिग्री} \\ &= 108^\circ \end{aligned}$$

### असाइनमेंट (Assignment)

डिग्री में परिवर्तित करें

1 12 रेडियन

रेडियन में बदलें

2 78°

3  $47^{\circ}20'$

4  $52^{\circ}36'45''$

5  $25^{\circ}38''$

डिग्री, मिनट और सेकंड में बदलें

6  $46.723^{\circ}$

7 68.625o

8 0.1269 रेडियन

9 2.625 रेडियन

10  $3/5$  रेडियन

© NIMI  
NOT TO BE REPUBLISHED

## त्रिकोणमिति (Trigonometry) - त्रिकोणमितीय अनुपात (Trigonometrical ratios)

### निर्भरता (Dependency)

त्रिभुज की भुजाएँ कोण के दिए गए निश्चित मान के लिए स्थिर अनुपात रखती हैं। अर्थात्, भुजाओं की लंबाई बढ़ने या घटने से उनके बीच के अनुपात पर कोई प्रभाव नहीं पड़ेगा जब तक कि कोण न बदला जाए। ये अनुपात त्रिकोणमितीय अनुपात हैं। कोण के दिए गए मानों के लिए अनुपातों का मान  $\frac{BC}{AB}$ ,  $\frac{AC}{AB}$ ,  $\frac{BC}{AC}$ ,  $\frac{AB}{AC}$ ,  $\frac{AB}{BC}$  और  $\frac{AC}{BC}$  तब भी नहीं बदलता है जब भुजाएँ AB, BC, AC को बढ़ाकर AB', BC' और AC' कर दिया जाए या घटाकर AB'', BC'' और AC'' कर दिया जाए।

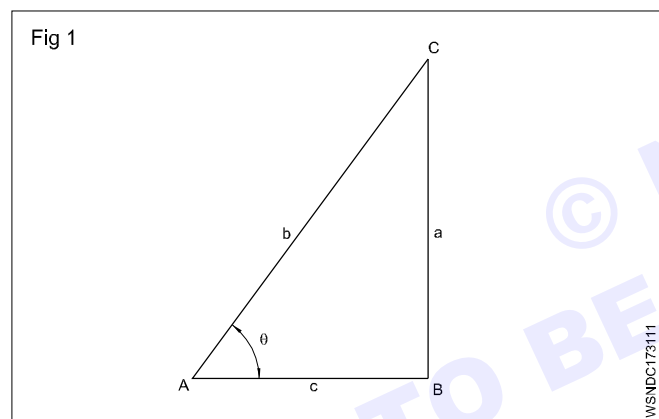
कोण के लिए :

AC कर्ण है

AB आसन्न भुजा है

BC विपरीत भुजा है

### अनुपात (The ratios)



भुजाओं के बीच छह अनुपातों की सटीक परिभाषाएँ निम्न लिखित हैं।

$$\text{Sine } \theta = \frac{BC}{AC} = \frac{\text{Opposite side}}{\text{Hypotenuse}} = \sin \theta$$

$$\text{Cosine } \theta = \frac{AB}{AC} = \frac{\text{Adjacent side}}{\text{Hypotenuse}} = \cos \theta$$

$$\text{Tangent } \theta = \frac{BC}{AB} = \frac{\text{Opposite side}}{\text{Adjacent side}} = \tan \theta$$

$$\text{Cosecant } \theta = \frac{AC}{BC} = \frac{\text{Hypotenuse}}{\text{Opposite side}} = \csc \theta$$

$$\text{Secant } \theta = \frac{AC}{AB} = \frac{\text{Hypotenuse}}{\text{Adjacent side}} = \sec \theta$$

$$\text{Cotangent } \theta = \frac{AB}{BC} = \frac{\text{Adjacent side}}{\text{Opposite side}} = \cot \theta$$

### अनुपातों के बीच सम्बंध (Relationship between the ratios)

$$\text{Cosec } \theta = \frac{AC}{BC} = \frac{1}{\frac{BC}{AC}} = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\sec \theta = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{\frac{AB}{AC}} = \frac{1}{\cos \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{\frac{BC}{AB}} = \frac{1}{\tan \theta}$$

$$\sin \theta = \frac{\text{side BC}}{\text{side AC}} = \frac{a}{b}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{side AB}}{\text{side AC}} = \frac{c}{b}$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{b}} = \frac{a}{b} \times \frac{b}{c} = \frac{a}{c}$$

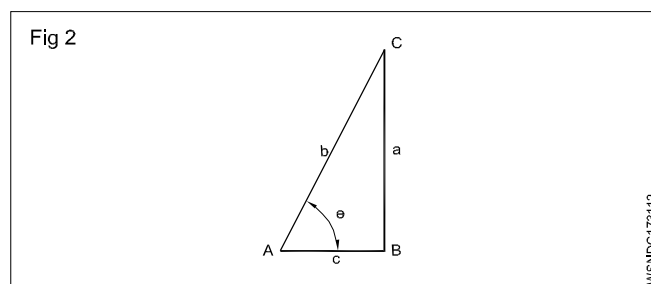
$$= \frac{\text{side BC}}{\text{side AB}} = \tan \theta$$

$$\sin \theta = \frac{1}{\csc \theta} \text{ or } \csc \theta = \frac{1}{\sin \theta} \text{ or } \sin \theta \cdot \csc \theta = 1$$

$$\cos \theta = \frac{1}{\sec \theta} \text{ or } \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \text{ or } \cos \theta \cdot \sec \theta = 1$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta} \text{ or } \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} \text{ or } \cot \theta \cdot \tan \theta = 1$$

### पाइथागोरस प्रमेय के अनुसार, $AC^2 = AB^2 + BC^2$



समीकरण के दोनों पक्षों को  $AC^2$  से विभाजित करने पर, हमें प्राप्त होता है

$$\frac{AC^2}{AC^2} = \frac{AB^2}{AC^2} + \frac{BC^2}{AC^2}$$

$$= \left[ \frac{AB}{AC} \right]^2 + \left[ \frac{BC}{AC} \right]^2$$

$$1 = (\cos \theta)^2 + (\sin \theta)^2$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

**Sine, Cosine, Tangent, Cosec, Sec और Cotangent छह त्रिकोणमितीय अनुपात हैं**

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \text{ and } \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

इसे इस प्रकार परिवर्तित किया जा सकता है

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta}$$

$$\text{or } \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta}}$$

हम जानते हैं  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

दोनों पक्षों को  $\cos^2 \theta$  से विभाजित करना।

$$\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} + \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$\text{or } 1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$$

उसी समीकरण का उपयोग करना

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

दोनों पक्षों को  $\sin^2 \theta$  से विभाजित करने पर,

$$\frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta} + \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

$$1 + \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

$$1 + \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta$$

$$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$$

**त्रिकोणमितीय सारणी (Trigonometrical Tables)**

| Ratio         | 0° | 30°                  | 45°                  | 60°                  | 90°      |
|---------------|----|----------------------|----------------------|----------------------|----------|
| $\sin \theta$ | 0  | $\frac{1}{2}$        | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1        |
| $\cos \theta$ | 1  | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{1}{2}$        | 0        |
| $\tan \theta$ | 0  | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 1                    | $\sqrt{3}$           | $\infty$ |

जब  $\theta$  बढ़ता है,

**Sine** का मान बढ़ता है;

**Cosine** का मान घट जाता है;

जब कोण  $45^\circ$  से अधिक हो तो **Tangent** का मान 1 से अधिक हो जाता है ( $\tan 60^\circ = 1.732$ )

किसी कोण की ज्या = उसके पूरक कोण की कोज्या

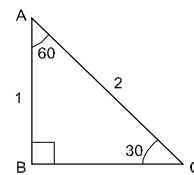
कोण की कोज्या = उसके पूरक कोण की ज्या

**उदाहरण (Examples)**

यदि  $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$  पाइथागोरस प्रमेय लागू करके  $\sin 60^\circ$

का मान ज्ञात करें

Fig 3



$$BC^2 = AC^2 - AB^2$$

$$BC^2 = 2^2 - 1^2$$

$$= 4 - 1$$

$$= 3$$

$$BC = \sqrt{3}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\cos = \frac{3}{5}$  पाइथागोरस प्रमेय को लागू करके

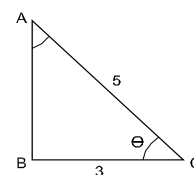
अन्य त्रिकोणमितीय अनुपात ज्ञात करें

$$AB^2 = AC^2 - BC^2$$

$$= 5^2 - 3^2 = 25 - 9$$

$$= 16$$

Fig 4



$$AB = \sqrt{16} = 4$$

$$\text{अब } \sin \theta = \frac{4}{5}$$

$$\tan \theta = \frac{4}{3}$$

$$\operatorname{cosec} \theta = \frac{5}{4}$$

$$\sec \theta = \frac{5}{3}$$

$$\cot \theta = \frac{3}{4}$$

## 90° से अधिक कोणों के लिए त्रिकोणमितीय फलनों के चिह्न

| अनुपात | 90 - θ | 90 + θ  | 180 - θ | 180 + θ | 270 - θ | 270 + θ | 360 - θ | - θ     |
|--------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| sin    | cos    | cos     | sin     | - sin   | - cos   | - cos   | - sin   | - sin   |
| cos    | sin    | - sin   | - cos   | - cos   | - sin   | sin     | cos     | cos     |
| tan    | cot    | - cot   | - tan   | tan     | cot     | - cot   | - tan   | - tan   |
| cosec  | sec    | sec     | cosec   | - cosec | - sec   | - sec   | - cosec | - cosec |
| sec    | cosec  | - cosec | - sec   | - sec   | - cosec | cosec   | sec     | sec     |
| cot    | tan    | - tan   | - cot   | cot     | tan     | - tan   | - cot   | - cot   |

**सरल करना (Simplify) :**

$$\cot \theta + \tan (180^\circ + \theta) + \tan(90^\circ - \theta) + (\tan 360^\circ - \theta)$$

$$= \cot \theta + \tan \theta - \cot \theta - \tan \theta$$

$$= 0$$

**सरल करना (Simplify) :**

$$\cot \theta + \tan (180^\circ + \theta) + \tan(90^\circ - \theta) + (\tan 360^\circ - \theta)$$

$$= \cot \theta + \tan \theta - \cot \theta - \tan \theta$$

$$= 0$$

**सरल करना (simplify):**

$$\frac{\cos(90^\circ + \theta) \sec(-\theta) \tan(180^\circ - \theta)}{\sec(360^\circ - \theta) \sin(180^\circ + \theta) \cos(90^\circ - \theta)}$$

$$= \frac{(-\sin \theta) \times (\sec \theta) \times (-\tan \theta)}{(\sec \theta) \times (-\sin \theta) \times (-\sin \theta)}$$

$$= \frac{\tan \theta}{\sin \theta} = \frac{1}{\cos \theta} = \sec \theta$$

**सरल करना (Simplify):**

$$\frac{\cos(90^\circ + \theta) \sec(-\theta) \tan(180^\circ - \theta)}{\sec(360^\circ - \theta) \sin(180^\circ + \theta) \cot(90^\circ - \theta)}$$

$$\cos(90^\circ + \theta) = -\sin \theta$$

$$\sec(-\theta) = \sec \theta$$

$$\tan(180^\circ - \theta) = -\tan \theta$$

$$\sec(360^\circ - \theta) = \sec \theta$$

$$\sin(180^\circ + \theta) = -\sin \theta$$

$$\cot(90^\circ - \theta) = -\tan \theta$$

$$\frac{\cos(90^\circ + \theta) \sec(-\theta) \tan(180^\circ - \theta)}{\sec(360^\circ - \theta) \sin(180^\circ + \theta) \cot(90^\circ - \theta)}$$

$$= \frac{(-\sin \theta)(\sec \theta)(\tan \theta)}{(\sec \theta)(-\sin \theta)(-\tan \theta)}$$

$$= 1$$

**सरल करना (Simplify) :**

$$\cot \theta + \tan(180^\circ + \theta) + \tan(90^\circ + \theta) + \tan(360^\circ - \theta)$$

$$\tan(180^\circ - \theta) = \tan \theta$$

$$\tan(90^\circ + \theta) = -\cot \theta$$

$$\tan(360^\circ - \theta) = -\tan \theta$$

$$\cot \theta + \tan(180^\circ + \theta) + \tan(90^\circ + \theta) + \tan(360^\circ - \theta)$$

$$\cot \theta + \tan \theta - \cot \theta - \tan \theta = 0$$

## असाइनमेंट (Assignment)

1 Sin 30° = 1/2 दिया गया है, tan 60° का मान ज्ञात कीजिए

2 यदि cos θ = 4/5 है, तो अन्य रेडियो खोजें

3 यदि Sin A = 3/5, तो cos θ, tan θ और sec θ ज्ञात कीजिए

4 यदि tan θ = 24/7 है, तो sin θ और cos θ ज्ञात कीजिए

5 यदि sin θ = 1/2 है, तो cos θ और tan θ का मान ज्ञात कीजिए

6 यदि cos θ = 5/13 है, तो tan θ का मान ज्ञात कीजिए

7 यदि sin θ = 1/2 है, तो sin<sup>2</sup>θ - cos<sup>2</sup>θ का मान ज्ञात कीजिए

8 इसका मान क्या है

$$\frac{\sin^2 30^\circ}{\cos^2 45^\circ} + \frac{\tan 45^\circ}{\sec 60^\circ} - \frac{\sin 60^\circ}{\cot 45^\circ} - \frac{\cos 30^\circ}{\sin 90^\circ}$$

**सरल करना (Simplify) :**

$$1 \quad \tan(90^\circ + A) + (\tan 180^\circ + A) \tan(90^\circ + A)$$

$$2 \quad \frac{\cos(90^\circ + \theta) \cdot \sec(-\theta) \cdot \tan(180^\circ - \theta)}{\sec(360^\circ + \theta) \cdot \sin(180^\circ + \theta) \cdot \cot(90^\circ + \theta)}$$

त्रिकोणमिति (Trigonometry) - त्रिकोणमितीय सारणी (Trigonometrical tables)

त्रिकोणमितीय टेबल का उपयोग (Ref: Sin, Cos & Tan Table)

|      | Minutes from 0 to 4 |    |     |     |     |     | Mean difference |    |    |    |    |
|------|---------------------|----|-----|-----|-----|-----|-----------------|----|----|----|----|
| Deg. | 0'                  | 6' | 12' | 18' | 24' | 54' | 1'              | 2' | 3' | 4' | 5' |
| 0    |                     |    |     | .   |     |     |                 |    |    |    | .  |
| 1    |                     |    |     | .   |     |     |                 |    |    |    | .  |
| 2    |                     |    |     | .   |     |     |                 |    |    |    | .  |
| 3    |                     |    |     | .   |     |     |                 |    |    |    | .  |
| .    |                     |    |     | .   |     |     |                 |    |    |    | .  |
| .    |                     |    |     | .   |     |     |                 |    |    |    | .  |
| 26   | ..                  | .. | ..  | x   | ..  | ..  | ..              | 5  |    |    |    |
| .    |                     |    |     |     |     |     |                 |    |    |    |    |
| .    |                     |    |     |     |     |     |                 |    |    |    |    |
| .    |                     |    |     |     |     |     |                 |    |    |    |    |
| 89   |                     |    |     |     |     |     |                 |    |    |    |    |

26°-20' के लिए Sine मान

प्राकृतिक Sine टेबल देखें।

डिग्री कॉलम 26° नीचे तक जाता है

मिनट कॉलम 18' क्षैतिज है और इसके नीचे वह मान नोट करें जो 0.4431 दिया गया है।

उसी क्षैतिज रेखा में 2' के औसत अंतर के अंतर्गत 5 दिया गया है। इसे 26°-18' के लिए नोट की गई सबसे दाईं ओर की संख्या में जोड़ें।

$$\text{Sine } 26^\circ - 20' = 0.4431 + .0005 = 0.4436$$

43° - 41' के लिए Cosine मान

43°-36' के लिए प्राकृतिक Cosine टेबल का संदर्भ लेते हुए इसे 0.7242 के रूप में दिया गया है और 5' मिनट के लिए औसत अंतर 10 के रूप में दिया गया है।

$$\cos 43^\circ - 41' = \cos 43^\circ .36' \text{ का मान}$$

- के लिए दिया गया मान

$$5' \text{ का औसत अंतर} = 0.7242 - 0.0010$$

$$= 0.7232$$

**sine मान पढ़ते समय माध्य अंतर मान जोड़ें। cosine मान पढ़ते समय माध्य अंतर मान घटाएँ।**

**अरेंजमेंट (Arrangement)**

त्रिकोणमितीय अनुपातों का मान गणितीय सारणी से लिया जा सकता है।

बाएँ हाथ के ऊर्ध्वाधर कॉलम में डिग्रीयाँ होती हैं।

शीर्ष क्षैतिज कॉलम को 0' से 54' तक 6' स्टेप्स में मिनटों में व्यवस्थित किया जाता है। सबसे दाहिने क्षैतिज कॉलम में 6' के अंतराल के बीच मिनटों वाले कोणों को ध्यान में रखते हुए माध्य अंतर को 1' के स्टेप्स में 1' से 5' मिनट तक लिखा जाता है।

- कोण का मान बढ़ने पर **cosine, cosecant और cotangent** का मान घट जाता है।
- **sine, secant और tangent** के लिए, कोण बढ़ने पर मान बढ़ता है।
- **sine और cosine** का मान कभी भी 1 से अधिक नहीं होगा।
- **secant और cosecant** का मान कभी भी 1 से कम नहीं होगा।
- **Tan और Cot** का मान 0 से  $\infty$  तक होता है।

**उदाहरण**

टेबल से 45° 20' की कोज्या प्राप्त करें।

$$\text{क्योंकि } 45^\circ 18' = 0.7108$$

$$2' \text{ के लिए माध्य अंतर} = 0.0004$$

$$\text{क्योंकि } 45^\circ 20' = 0.7104$$

**साइन टेबल (SINE TABLE)**

$$1 \quad \sin 25^\circ = 0.4226$$

$$2 \quad \sin 17^\circ 5'$$

$$\sin 17^\circ = 0.2924$$

$$\text{Difference } 5' = 14$$

$$\sin 17^\circ 5' = 0.2938$$

Ans

$$3 \quad \sin 17^\circ 45' 13''$$

$$\sin 17^\circ 46' = 0.3051$$

$$\sin 17^\circ 45' = 0.3048$$

$$\text{Difference } 1' = 0.0003$$

$$\begin{aligned}
 1'(\text{or}) 60'' &= 0.0003 \\
 13'' &= \frac{0.0003}{60} \times 13 \\
 &= \frac{0.0039}{60} \\
 &= \frac{0.00039}{6} \\
 &= 0.000065 \\
 \sin 17^\circ 45' &= 0.3048 \\
 13'' &= 0.000065 \\
 \hline
 \sin 17^\circ 45' 13'' &= 0.304865 \quad \text{Ans.}
 \end{aligned}$$

#### 4 $\sin 82^\circ 14' 18''$

$$\begin{aligned}
 \sin 82^\circ 15' &= 0.9908 \\
 \sin 82^\circ 14' &= 0.9908 \\
 \hline
 \text{Difference } 1' &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1'(\text{or}) 60'' &= 0 \\
 \sin 18'' &= 0 \\
 \sin 82^\circ 14' &= 0.9908 \\
 18'' &= 0.0000 \\
 \hline
 \sin 82^\circ 41' 18'' &= 0.9908 \quad \text{Ans.}
 \end{aligned}$$

Sin मान दिए जाने पर संगत कोण ज्ञात करना:

#### 1. $\sin \theta = 0.9925$

$$\theta = 83^\circ$$

#### 2. $\sin \theta = 0.8791$

$$\begin{aligned}
 0.8788 &= \sin 61^\circ 30' \\
 0.0003 &= 2' \\
 \hline
 0.8791 &= \sin 61^\circ 32'
 \end{aligned}$$

#### 3. $\sin \theta = 0.68015$

$$\begin{aligned}
 0.6794 &= \sin 42^\circ 48' \\
 0.0006 &= 3'
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 0.6800 &= \sin 42^\circ 51' \\
 0.6803 &= \sin 42^\circ 52'
 \end{aligned}$$

$$\text{अंतर } 0.0003 = 1' (\text{or}) 60''$$

$$\begin{aligned}
 0.00015 &= \frac{60}{0.0003} \times 0.00015 \\
 &= \frac{60 \times 15}{30} \\
 &= 30''
 \end{aligned}$$

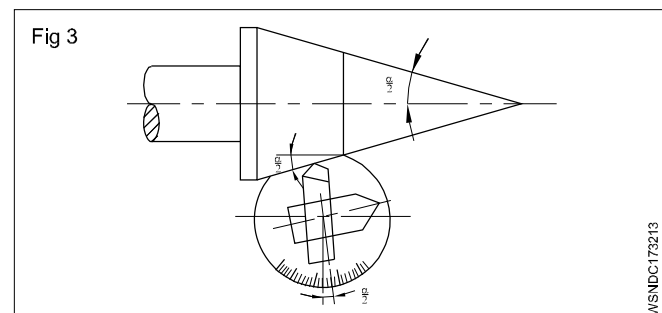
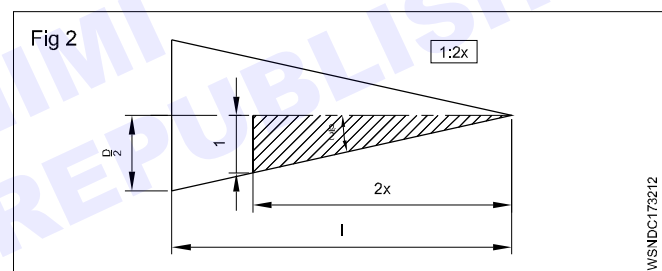
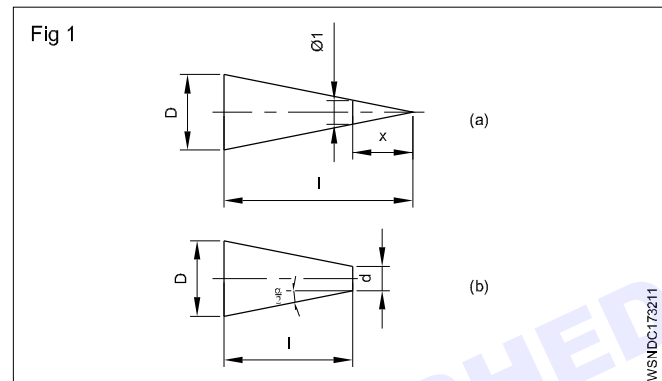
$$\begin{aligned}
 0.6800 &= \sin 42^\circ 51' \\
 0.00015 &= 30'' \\
 \hline
 0.68015 &= \sin 42^\circ 51' 30'' \\
 \hline
 \theta &= 42^\circ 51' 30''
 \end{aligned}$$

#### शंकु से सम्बंधित गणनाएँ

D - शंकु का बड़ा व्यास

d - शंकु का छोटा व्यास

C - शंकु अनुपात - 1:x



$\frac{C}{2}$  शंकु का अनुपात - 1:2 x

l - शंकु की लंबाई

a - शंकु का संगत कोण

$\frac{\alpha}{2}$  - सेटिंग कोण

शंकु अनुपात = झुकाव का अनुपात (वेजेज के लिए)।

### शंकु अनुपात (Taper ratio)

व्यास में अंतर और शंकु की लंबाई के बीच के अनुपात को शंकु अनुपात के रूप में जाना जाता है। D स्केच में दिखाए गए बड़े व्यास में अंतर है क्योंकि शंकु का छोटा व्यास 0 है। शंकु अनुपात D: L है। खंडित भाग में व्यास का अंतर 1 है और शंकु की लंबाई x के रूप में दिखाई गई है।

$C = D: d = 1: x$  as per Fig 1 (a),  $C = \frac{D-d}{2}$  as per Fig 1 के अनुसार (b)

### झुकाव का अनुपात (Ratio of inclination)

शंकु का आधा भाग लेने पर,  $\frac{d}{2}$  की टेपर लंबाई के लिए व्यास में अंतर होता है, यदि  $d = 0$  है।

$$\therefore \frac{C}{2} = \frac{D}{2l} \quad \text{यदि छोटा व्यास 0 है}$$

$$\text{or } \frac{C}{2} = \frac{D-d}{2l}$$

1 झुकाव का अनुपात  $= \frac{1}{2} =$  टेपर का अनुपात.

### कोण की सेटिंग (Setting angle)

शंकु को मोड़ने के तरीकों में से एक है कंपाउंड स्लाइड को एक ऐसे कोण पर घुमाना जिसे सेटिंग कोण कहा जाता है और उपकरण को कार्य के अक्ष पर एक कोण पर फीड करना है।

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{C}{2} = \frac{D-d}{2l}$$

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\text{taper ratio}}{2}$$

$$= \frac{\text{difference in diameter}}{2 \times \text{taper length}}$$

#### Cos Table

1 **Cos 38°**  
Cos 38° = 0.7880

2 **Cos 83°12'**  
Cos 83°12' = 0.1184

3 **Cos 26°40'**  
Cos 26°36' = 0.8942  
4' = 5 (-)

**Cos 26°40'** = 0.8937

4 **Cos 31°20'**  
Cos 31°18' = 0.8545  
2' = 3 (-)

**Cos 31°20'** = 0.8542

नोट:  $\frac{\alpha}{2}$  सेटिंग कोण है जो टेपर के शामिल कोण के आधे के बराबर है।

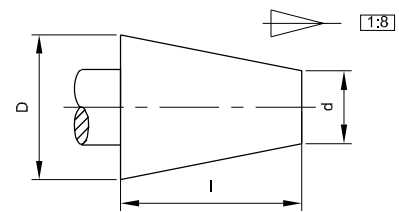
टेपर अनुपात  $C = 1: x$  or  $D: l$  or  $(D-d): l$

झुकाव का अनुपात  $\frac{C}{2} = 1: 2x = \frac{D}{2}: l$  or  $\left(\frac{D-d}{2}\right): l$

सेटिंग कोण निर्धारण सूत्र द्वारा होता है

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{D-d}{2l} = \frac{C}{2}$$

Fig 4



उदाहरण

शंकु के छिन्नक के रूप में एक धुरी का शंकु अनुपात 1:8 है। यदि छोटा व्यास 30 मिमी है और टेपर की लंबाई 80 मिमी है, तो इसका बड़ा व्यास ज्ञात करें।

$$C = 1:8 = \frac{1}{8}$$

$$\therefore \frac{D-d}{l} = \frac{1}{8}$$

$$\therefore D-d = \frac{1}{8} \times 80 = 10 \text{ mm.}$$

$$D - 30 \text{ mm} = 10 \text{ mm}$$

$$D = 10 \text{ mm} + 30 \text{ mm} = 40 \text{ mm}$$

$$\text{बड़ा व्यास } D = 40 \text{ mm}$$

जब cos मान दिए गए हों तो संगत कोण ज्ञात कीजिए:

1 **Cos θ = 0.5150**  
θ = 59°

2 **Cos θ = 0.0192**  
θ = 88°54'

3 **Cos θ = 0.9682**  
0.9686 = cos 14°24'  
(-) 4 = 5'

0.9682 = cos 14°29'

θ = 14°29'

$$4 \cos \theta = 0.8476$$

$$0.8480 = \cos 32^\circ 0'$$

$$(-) 0.0003 = 2'$$

$$0.8477 = \cos 32^\circ 2'$$

$$0.8475 = \cos 32^\circ 3'$$

$$0.0002 = 1' \text{ (or) } 60''$$

$$0.0001 = \frac{0.0002}{60} \times 0.0001$$

$$= \frac{2}{30} \times 1$$

$$= 30''$$

$$0.8477 = \cos 32^\circ 2'$$

$$(-) 0.0001 = 30'' (+)$$

$$0.8476 = \cos 32^\circ 2' 30''$$

#### tan Table

##### 1 tan 35° 37'

$$\tan 35^\circ 36' = 0.7159$$

$$1' = 0.0004$$

$$\tan 35^\circ 37' = 0.7163$$

##### 2 tan 50° 5'

$$\tan 50^\circ 0' = 1.1918$$

$$5' = 0.0036$$

$$\tan 50^\circ 5' = 1.1954$$

जब tan मान दिया गया हो तो संगत कोण ज्ञात कीजिए

$$1 \tan \theta = 0.3972$$

$$0.3959 = \tan 21^\circ 36'$$

$$0.0013 = 4'$$

$$0.3972 = \tan 21^\circ 40'$$

$$2 \tan \theta = 1.0065$$

$$1.0035 = \tan 45^\circ 6'$$

$$0.0030 = 5'$$

$$1.0065 = \tan 45^\circ 11'$$

त्रिकोणमितीय टेबल्स से सम्बंधित समस्याएं

1 किसी कोण को मापने के लिए 250 मिमी साइन बार का उपयोग किया जाता है। यदि ऊंचाई में अंतर 5 cm है, तो कोण ज्ञात करें।

$$\sin \theta = \frac{\text{Opp.side}}{\text{Hyp.}} = \frac{h}{l}$$

$$= \frac{5 \text{ cm}}{250 \text{ mm}}$$

$$= \frac{50 \text{ mm}}{250 \text{ mm}}$$

$$= 0.2000$$

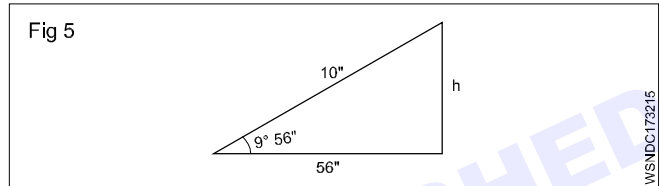
$$\theta = 11^\circ 32'$$

2 यदि  $9^\circ 56''$  के शामिल कोण वाले टेपर का निरीक्षण करने के लिए  $10''$  केंद्र के प्लग के साथ एक साइन बार स्थापित किया गया है तो स्लिप गेज की ऊंचाई ज्ञात करें।

$$\sin \theta = \frac{\text{Opp.side}}{\text{Hyp.}} = \frac{h}{l}$$

$$\sin 9^\circ 56'' = \frac{h}{10}$$

$$\therefore h = 10 \times \sin 9^\circ 56''$$



$$\sin 9^\circ 0'' = 0.1564$$

$$\sin 9^\circ 1'' = 0.1567$$

$$1' \text{ (or) } 60'' = 0.0003$$

$$56'' = \frac{0.0003}{60} \times 56$$

$$= \frac{0.0168}{60}$$

$$= \frac{0.00168}{6}$$

$$= 0.00028$$

$$\sin 9^\circ 0' 00'' = 0.1564$$

$$56'' = 0.00028$$

$$\sin 9^\circ 0' 56'' = 0.15668$$

$$h = 10 \times \sin 9^\circ 56''$$

$$= 10 \times 0.15668$$

$$= 1.5668 \text{ cm}$$

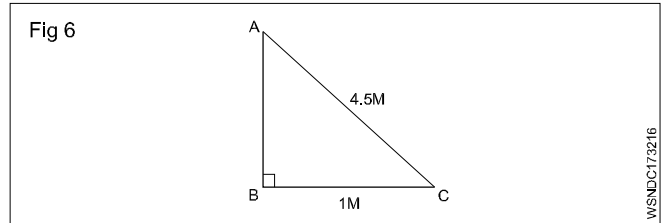
स्लिप गेज की ऊंचाई = 1.5668"

3 यदि 4.5 मीटर लंबी सीढ़ी का पाद दीवार से 1 मीटर की दूरी पर रखा जाए तो सीढ़ी जमीन से कितना कोण बनाती है, इसका पता लगाएं।

समकोण में D

$$\cos C = \frac{BC}{AC}$$

$$\begin{aligned}\cos \theta &= \frac{1 \text{ m}}{4.5 \text{ m}} = 0.2222 \\ \cos &= 0.2222 \\ 0.2233 &= \cos 77^\circ 6' \\ (-) \quad 0.0011 &= \quad \quad \quad 4' (+) \\ \hline 0.2222 &= \cos 77^\circ 10' \\ \hline \theta &= 77^\circ 10'\end{aligned}$$



## असाइनमेंट (Assignment)

### I दिए गए कोणों का मान ज्ञात कीजिए

- 1  $\sin 65^\circ$
- 2  $\sin 42^\circ 23'$
- 3  $\sin 66^\circ 35' 32''$
- 4  $\sin 7^\circ 15' 41''$
- 5  $\sin 27^\circ 27''$
- 6  $\cos 26^\circ 40'$
- 7  $\cos 47^\circ 39'$
- 8  $\cos 79^\circ 31' 53''$
- 9  $\tan 28^\circ 45'$
- 10  $\tan 67^\circ 27' 36''$

### II दिए गए मानों के लिए संगत कोण ज्ञात कीजिए

- 1  $\sin \theta = 0.3062$
- 2  $\sin \theta = 0.6002$
- 3  $\sin \theta = 0.22453$
- 4  $\sin \theta = 0.04802$
- 5  $\cos \theta = 0.6446$

$$6 \quad \cos \theta = 0.8926$$

$$7 \quad \cos \theta = 0.11773$$

$$8 \quad \cos \theta = 0.21646$$

$$9 \quad \tan \theta = 0.3411$$

$$10 \quad \tan \theta = 2.3868$$

### III

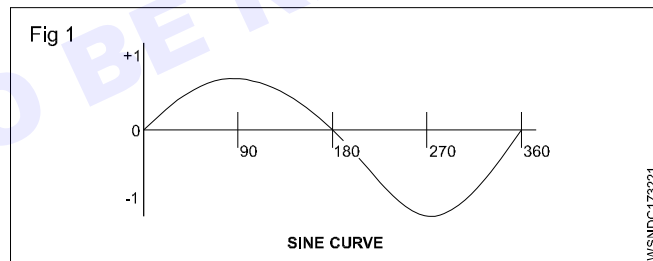
- 1 इसके आधार की गणना करें। यदि एक शंकु की तिरछी ऊँचाई 12.25 cm है और शीर्ष कोण  $110^\circ$  है।
- 2 2.5 मीटर लंबी एक सीढ़ी जमीन से  $60^\circ$  का कोण बनाती है। दीवार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए जहाँ सीढ़ी दीवार को छूती है।
- 3 200 मिमी की एक साइन बार को  $150^\circ 15' 3''$  के कोण पर सेट किया जाना है। आवश्यक ऊँचाई बनाने के लिए स्लिप गेज ब्लॉक का चयन करें।
- 4 एक समकोण त्रिभुज ABC में,  $\angle C = 90^\circ$ , यदि  $AB = 50$  मिमी और  $\angle B = 75^\circ$  है, तो शेष भुजाएँ ज्ञात कीजिए।
- 5 इस बिंदु के लिए बार की आवश्यक लंबाई की गणना करें यदि  $60^\circ$  के सम्मिलित कोण वाले एक केंद्र बिंदु को 50 मिमी व्यास वाले बार के अंत में घुमाया जाना है।

**(NATURAL SINES)**

| °  | 0'     | 6'     | 12'    | 18'    | 24'    | 30'    | 36'    | 42'    | 48'    | 54'    | 1' | 2' | 3' | 4' | 5' |
|----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----|----|----|----|----|
|    | 0.0°   | 0.1°   | 0.2°   | 0.3°   | 0.4°   | 0.5°   | 0.6°   | 0.7°   | 0.8°   | 0.9°   |    |    |    |    |    |
| 0  | 0.0000 | 0.0017 | 0.0035 | 0.0052 | 0.0070 | 0.0087 | 0.0105 | 0.0122 | 0.0140 | 0.0157 | 3  | 6  | 9  | 12 | 15 |
| 1  | 0.0175 | 0.0192 | 0.0209 | 0.0227 | 0.0244 | 0.0262 | 0.0279 | 0.0297 | 0.0314 | 0.0332 | 3  | 6  | 9  | 12 | 15 |
| 2  | 0.0349 | 0.0366 | 0.0384 | 0.0401 | 0.0419 | 0.0436 | 0.0454 | 0.0471 | 0.0488 | 0.0506 | 3  | 6  | 9  | 12 | 15 |
| 3  | 0.0523 | 0.0541 | 0.0558 | 0.0576 | 0.0593 | 0.0610 | 0.0628 | 0.0645 | 0.0663 | 0.0680 | 3  | 6  | 9  | 12 | 15 |
| 4  | 0.0698 | 0.0715 | 0.0732 | 0.0750 | 0.0767 | 0.0785 | 0.0802 | 0.0819 | 0.0837 | 0.0854 | 3  | 6  | 9  | 12 | 14 |
| 5  | 0.0872 | 0.0899 | 0.0906 | 0.0924 | 0.0941 | 0.0958 | 0.0976 | 0.0993 | 0.1011 | 0.1028 | 3  | 6  | 9  | 12 | 14 |
| 6  | 0.1045 | 0.1063 | 0.1080 | 0.1097 | 0.1115 | 0.1132 | 0.1149 | 0.1167 | 0.1184 | 0.1201 | 3  | 6  | 9  | 12 | 14 |
| 7  | 0.1219 | 0.1236 | 0.1253 | 0.1271 | 0.1288 | 0.1305 | 0.1323 | 0.1340 | 0.1357 | 0.1374 | 3  | 6  | 9  | 12 | 14 |
| 8  | 0.1392 | 0.1409 | 0.1426 | 0.1444 | 0.1461 | 0.1478 | 0.1495 | 0.1513 | 0.1530 | 0.1547 | 3  | 6  | 9  | 11 | 14 |
| 9  | 0.1564 | 0.1582 | 0.1599 | 0.1616 | 0.1633 | 0.1650 | 0.1668 | 0.1685 | 0.1702 | 0.1719 | 3  | 6  | 9  | 11 | 14 |
| 10 | 0.1736 | 0.1754 | 0.1771 | 0.1788 | 0.1805 | 0.1822 | 0.1840 | 0.1857 | 0.1874 | 0.1891 | 3  | 6  | 9  | 11 | 14 |
| 11 | 0.1908 | 0.1925 | 0.1942 | 0.1959 | 0.1977 | 0.1994 | 0.2011 | 0.2028 | 0.2045 | 0.2062 | 3  | 6  | 9  | 12 | 14 |
| 12 | 0.2079 | 0.2096 | 0.2113 | 0.2130 | 0.2147 | 0.2164 | 0.2181 | 0.2198 | 0.2215 | 0.2232 | 3  | 6  | 9  | 11 | 14 |
| 13 | 0.2250 | 0.2267 | 0.2284 | 0.2300 | 0.2317 | 0.2334 | 0.2351 | 0.2368 | 0.2385 | 0.2402 | 3  | 6  | 8  | 11 | 14 |
| 14 | 0.2419 | 0.2436 | 0.2453 | 0.2470 | 0.2487 | 0.2504 | 0.2521 | 0.2538 | 0.2554 | 0.2571 | 3  | 6  | 8  | 11 | 14 |
| 15 | 0.2558 | 0.2605 | 0.2622 | 0.2639 | 0.2656 | 0.2672 | 0.2689 | 0.2706 | 0.2723 | 0.2740 | 3  | 6  | 8  | 11 | 14 |
| 16 | 0.2756 | 0.2773 | 0.2790 | 0.2807 | 0.2823 | 0.2840 | 0.2857 | 0.2874 | 0.2890 | 0.2907 | 3  | 6  | 8  | 11 | 14 |
| 17 | 0.2924 | 0.2940 | 0.2957 | 0.2974 | 0.2990 | 0.3007 | 0.3024 | 0.3040 | 0.3057 | 0.3074 | 3  | 6  | 8  | 11 | 14 |
| 18 | 0.3090 | 0.3107 | 0.3123 | 0.3140 | 0.3156 | 0.3173 | 0.3190 | 0.3206 | 0.3223 | 0.3239 | 3  | 6  | 8  | 11 | 14 |
| 19 | 0.3256 | 0.3272 | 0.3289 | 0.3305 | 0.3322 | 0.3338 | 0.3355 | 0.3371 | 0.3387 | 0.3404 | 3  | 5  | 8  | 11 | 14 |
| 20 | 0.3420 | 0.3437 | 0.3453 | 0.3469 | 0.3486 | 0.3502 | 0.3518 | 0.3535 | 0.3551 | 0.3567 | 3  | 5  | 8  | 11 | 14 |
| 21 | 0.3584 | 0.3600 | 0.3616 | 0.3633 | 0.3649 | 0.3665 | 0.3681 | 0.3697 | 0.3714 | 0.3730 | 3  | 5  | 8  | 11 | 14 |
| 22 | 0.3746 | 0.3762 | 0.3778 | 0.3795 | 0.3811 | 0.3827 | 0.3843 | 0.3859 | 0.3875 | 0.3891 | 3  | 5  | 8  | 11 | 13 |
| 23 | 0.3907 | 0.3923 | 0.3939 | 0.3955 | 0.3971 | 0.3987 | 0.4003 | 0.4019 | 0.4035 | 0.4051 | 3  | 5  | 8  | 11 | 13 |
| 24 | 0.4067 | 0.4083 | 0.4099 | 0.4115 | 0.4131 | 0.4147 | 0.4163 | 0.4179 | 0.4195 | 0.4210 | 3  | 5  | 8  | 11 | 13 |
| 25 | 0.4226 | 0.4242 | 0.4258 | 0.4274 | 0.4289 | 0.4305 | 0.4321 | 0.4337 | 0.4352 | 0.4368 | 3  | 5  | 8  | 11 | 13 |
| 26 | 0.4384 | 0.4399 | 0.4415 | 0.4431 | 0.4446 | 0.4462 | 0.4478 | 0.4493 | 0.4509 | 0.4524 | 3  | 5  | 8  | 10 | 13 |
| 27 | 0.4540 | 0.4555 | 0.4571 | 0.4586 | 0.4602 | 0.4617 | 0.4633 | 0.4648 | 0.4664 | 0.4679 | 3  | 5  | 8  | 10 | 13 |
| 28 | 0.4695 | 0.4710 | 0.4726 | 0.4741 | 0.4756 | 0.4772 | 0.4787 | 0.4802 | 0.4818 | 0.4833 | 3  | 5  | 8  | 10 | 13 |
| 29 | 0.4848 | 0.4863 | 0.4879 | 0.4894 | 0.4909 | 0.4924 | 0.4939 | 0.4955 | 0.4970 | 0.4985 | 3  | 5  | 8  | 10 | 13 |
| 30 | 0.500  | 0.5015 | 0.5030 | 0.5045 | 0.5060 | 0.5075 | 0.5090 | 0.5105 | 0.5120 | 0.5135 | 3  | 5  | 8  | 10 | 13 |
| 31 | 0.5150 | 0.5165 | 0.5180 | 0.5195 | 0.5210 | 0.5225 | 0.5240 | 0.5255 | 0.5270 | 0.5284 | 2  | 5  | 7  | 10 | 12 |
| 32 | 0.5299 | 0.5314 | 0.5329 | 0.5344 | 0.5358 | 0.5373 | 0.5388 | 0.5402 | 0.5417 | 0.5432 | 2  | 5  | 7  | 10 | 12 |
| 33 | 0.5446 | 0.5461 | 0.5476 | 0.5490 | 0.5505 | 0.5519 | 0.5534 | 0.5548 | 0.5563 | 0.5577 | 2  | 5  | 7  | 10 | 12 |
| 34 | 0.5592 | 0.5606 | 0.5621 | 0.5635 | 0.5650 | 0.5664 | 0.5678 | 0.5693 | 0.5707 | 0.5721 | 2  | 5  | 7  | 10 | 12 |
| 35 | 0.5736 | 0.5750 | 0.5764 | 0.5779 | 0.5793 | 0.5807 | 0.5821 | 0.5835 | 0.5850 | 0.5864 | 2  | 5  | 7  | 9  | 12 |
| 36 | 0.5878 | 0.5892 | 0.5906 | 0.5920 | 0.5934 | 0.5948 | 0.5962 | 0.5976 | 0.5990 | 0.6004 | 2  | 5  | 7  | 9  | 12 |
| 37 | 0.6018 | 0.6032 | 0.6046 | 0.6060 | 0.6074 | 0.6088 | 0.6101 | 0.6115 | 0.6129 | 0.6143 | 2  | 5  | 7  | 9  | 12 |
| 38 | 0.6157 | 0.6170 | 0.6184 | 0.6198 | 0.6211 | 0.6225 | 0.6239 | 0.6252 | 0.6266 | 0.6280 | 2  | 5  | 7  | 9  | 11 |
| 39 | 0.6293 | 0.6307 | 0.6320 | 0.6334 | 0.6347 | 0.6361 | 0.6374 | 0.6388 | 0.6401 | 0.6414 | 2  | 4  | 7  | 9  | 11 |
| 40 | 0.6428 | 0.6441 | 0.6455 | 0.6468 | 0.6481 | 0.6494 | 0.6508 | 0.6521 | 0.6534 | 0.6547 | 2  | 4  | 7  | 9  | 11 |
| 41 | 0.6561 | 0.6574 | 0.6587 | 0.6600 | 0.6613 | 0.6626 | 0.6639 | 0.6652 | 0.6665 | 0.6678 | 2  | 4  | 7  | 9  | 11 |
| 42 | 0.6691 | 0.6704 | 0.6717 | 0.6730 | 0.6743 | 0.6756 | 0.6769 | 0.6782 | 0.6794 | 0.6807 | 2  | 4  | 6  | 9  | 11 |
| 43 | 0.6820 | 0.6833 | 0.6845 | 0.6858 | 0.6871 | 0.6884 | 0.6896 | 0.6909 | 0.6921 | 0.6934 | 2  | 4  | 6  | 8  | 11 |
| 44 | 0.6947 | 0.6959 | 0.6972 | 0.6984 | 0.6997 | 0.7009 | 0.7022 | 0.7034 | 0.7046 | 0.7059 | 2  | 4  | 6  | 8  | 10 |
| 45 | 0.7071 | 0.7083 | 0.7096 | 0.7108 | 0.7120 | 0.7133 | 0.7145 | 0.7157 | 0.7169 | 0.7181 | 2  | 4  | 6  | 8  | 10 |
| 46 | 0.7193 | 0.7206 | 0.7218 | 0.7230 | 0.7242 | 0.7254 | 0.7266 | 0.7278 | 0.7290 | 0.7302 | 2  | 4  | 6  | 8  | 10 |
| 47 | 0.7314 | 0.7325 | 0.7337 | 0.7349 | 0.7361 | 0.7373 | 0.7385 | 0.7396 | 0.7408 | 0.7420 | 2  | 4  | 6  | 8  | 10 |
| 48 | 0.7431 | 0.7443 | 0.7455 | 0.7466 | 0.7478 | 0.7490 | 0.7501 | 0.7513 | 0.7524 | 0.7536 | 2  | 4  | 6  | 8  | 10 |
| 49 | 0.7547 | 0.7558 | 0.7570 | 0.7581 | 0.7593 | 0.7604 | 0.7615 | 0.7627 | 0.7638 | 0.7649 | 2  | 4  | 6  | 8  | 9  |
| 50 | 0.7660 | 0.7672 | 0.7683 | 0.7694 | 0.7705 | 0.7716 | 0.7727 | 0.7738 | 0.7749 | 0.7760 | 2  | 4  | 6  | 7  | 9  |
| 51 | 0.7771 | 0.7782 | 0.7793 | 0.7804 | 0.7815 | 0.7826 | 0.7837 | 0.7848 | 0.7859 | 0.7869 | 2  | 4  | 5  | 7  | 9  |
| 52 | 0.7880 | 0.7891 | 0.7902 | 0.7912 | 0.7923 | 0.7934 | 0.7944 | 0.7955 | 0.7965 | 0.7976 | 2  | 4  | 5  | 7  | 9  |
| 53 | 0.7986 | 0.7997 | 0.8007 | 0.8018 | 0.8028 | 0.8039 | 0.8049 | 0.8059 | 0.8070 | 0.8080 | 2  | 3  | 5  | 7  | 9  |
| 54 | 0.8090 | 0.8100 | 0.8111 | 0.8121 | 0.8131 | 0.8141 | 0.8151 | 0.8161 | 0.8171 | 0.8181 | 2  | 3  | 5  | 7  | 8  |
| 55 | 0.8192 | 0.8202 | 0.8211 | 0.8221 | 0.8231 | 0.8241 | 0.8251 | 0.8261 | 0.8271 | 0.8281 | 2  | 3  | 5  | 7  | 8  |
| 56 | 0.8290 | 0.8300 | 0.8310 | 0.8320 | 0.8329 | 0.8339 | 0.8348 | 0.8358 | 0.8368 | 0.8377 | 2  | 3  | 5  | 6  | 8  |
| 57 | 0.8387 | 0.8396 | 0.8406 | 0.8415 | 0.8425 | 0.8434 | 0.8443 | 0.8453 | 0.8462 | 0.8471 | 2  | 3  | 5  | 6  | 8  |
| 58 | 0.8480 | 0.8490 | 0.8499 | 0.8508 | 0.8517 | 0.8526 | 0.8536 | 0.8545 | 0.8554 | 0.8563 | 2  | 3  | 5  | 6  | 8  |
| 59 | 0.8572 | 0.8581 | 0.8590 | 0.8599 | 0.8607 | 0.8616 | 0.8625 | 0.8634 | 0.8643 | 0.8652 | 1  | 3  | 4  | 6  | 7  |

(NATURAL SINES)

| °  | 0'     | 6'     | 12'    | 18'    | 24'    | 30'    | 36'    | 42'    | 48'    | 54'    | 1' | 2' | 3' | 4' | 5' |
|----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----|----|----|----|----|
|    | 0.0°   | 0.1°   | 0.2°   | 0.3°   | 0.4°   | 0.5°   | 0.6°   | 0.7°   | 0.8°   | 0.9°   |    |    |    |    |    |
| 60 | 0.8660 | 0.8669 | 0.8678 | 0.8686 | 0.8695 | 0.8704 | 0.8712 | 0.8721 | 0.8729 | 0.8738 | 1  | 3  | 4  | 6  | 7  |
| 61 | 0.8746 | 0.8755 | 0.8763 | 0.8771 | 0.8780 | 0.8788 | 0.8796 | 0.8805 | 0.8813 | 0.8821 | 1  | 3  | 4  | 6  | 7  |
| 62 | 0.8829 | 0.8838 | 0.8846 | 0.8854 | 0.8862 | 0.8870 | 0.8878 | 0.8886 | 0.8894 | 0.8902 | 1  | 3  | 4  | 5  | 7  |
| 63 | 0.8910 | 0.8918 | 0.8926 | 0.8934 | 0.8942 | 0.8949 | 0.8957 | 0.8965 | 0.8973 | 0.8980 | 1  | 3  | 4  | 5  | 6  |
| 64 | 0.8988 | 0.8996 | 0.9003 | 0.9011 | 0.9018 | 0.9026 | 0.9033 | 0.9041 | 0.9048 | 0.9056 | 1  | 3  | 4  | 5  | 6  |
| 65 | 0.9063 | 0.9070 | 0.9078 | 0.9085 | 0.9092 | 0.9100 | 0.9107 | 0.9114 | 0.9121 | 0.9128 | 1  | 2  | 4  | 5  | 6  |
| 66 | 0.9135 | 0.9143 | 0.9150 | 0.9157 | 0.9164 | 0.9171 | 0.9178 | 0.9184 | 0.9191 | 0.9198 | 1  | 2  | 3  | 5  | 6  |
| 67 | 0.9205 | 0.9212 | 0.9219 | 0.9225 | 0.9232 | 0.9239 | 0.9245 | 0.9252 | 0.9259 | 0.9265 | 1  | 2  | 3  | 4  | 6  |
| 68 | 0.9272 | 0.9278 | 0.9285 | 0.9291 | 0.9298 | 0.9304 | 0.9311 | 0.9317 | 0.9323 | 0.9330 | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  |
| 69 | 0.9336 | 0.9342 | 0.9348 | 0.9354 | 0.9361 | 0.9367 | 0.9373 | 0.9379 | 0.9385 | 0.9391 | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  |
| 70 | 0.9397 | 0.9403 | 0.9409 | 0.9415 | 0.9421 | 0.9426 | 0.9432 | 0.9438 | 0.9444 | 0.9449 | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  |
| 71 | 0.9455 | 0.9461 | 0.9466 | 0.9472 | 0.9478 | 0.9483 | 0.9489 | 0.9494 | 0.9500 | 0.9505 | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  |
| 72 | 0.9511 | 0.9516 | 0.9521 | 0.9527 | 0.9532 | 0.9537 | 0.9542 | 0.9548 | 0.9553 | 0.9558 | 1  | 2  | 3  | 3  | 4  |
| 73 | 0.9563 | 0.9568 | 0.9573 | 0.9578 | 0.9583 | 0.9588 | 0.9593 | 0.9598 | 0.9603 | 0.9608 | 1  | 2  | 2  | 3  | 4  |
| 74 | 0.9613 | 0.9617 | 0.9622 | 0.9627 | 0.9632 | 0.9636 | 0.9641 | 0.9646 | 0.9650 | 0.9655 | 1  | 2  | 2  | 3  | 4  |
| 75 | 0.9659 | 0.9664 | 0.9668 | 0.9673 | 0.9677 | 0.9681 | 0.9686 | 0.9690 | 0.9694 | 0.9699 | 1  | 1  | 2  | 3  | 4  |
| 76 | 0.9703 | 0.9707 | 0.9711 | 0.9715 | 0.9720 | 0.9724 | 0.9728 | 0.9732 | 0.9736 | 0.9740 | 1  | 1  | 2  | 3  | 3  |
| 77 | 0.9744 | 0.9748 | 0.9751 | 0.9755 | 0.9759 | 0.9763 | 0.9767 | 0.9770 | 0.9774 | 0.9778 | 1  | 1  | 2  | 2  | 3  |
| 78 | 0.9781 | 0.9785 | 0.9789 | 0.9792 | 0.9796 | 0.9799 | 0.9803 | 0.9806 | 0.9810 | 0.9813 | 1  | 1  | 2  | 2  | 3  |
| 79 | 0.9816 | 0.9820 | 0.9823 | 0.9826 | 0.9829 | 0.9833 | 0.9836 | 0.9839 | 0.9842 | 0.9845 | 1  | 1  | 2  | 2  | 3  |
| 80 | 0.9848 | 0.9851 | 0.9854 | 0.9857 | 0.9860 | 0.9863 | 0.9866 | 0.9869 | 0.9871 | 0.9874 | 0  | 1  | 1  | 2  | 2  |
| 81 | 0.9877 | 0.9880 | 0.9882 | 0.9885 | 0.9888 | 0.9890 | 0.9893 | 0.9895 | 0.9898 | 0.9900 | 0  | 1  | 1  | 2  | 2  |
| 82 | 0.9903 | 0.9905 | 0.9907 | 0.9910 | 0.9912 | 0.9914 | 0.9917 | 0.9919 | 0.9921 | 0.9923 | 0  | 1  | 1  | 1  | 2  |
| 83 | 0.9925 | 0.9928 | 0.9930 | 0.9932 | 0.9934 | 0.9936 | 0.9938 | 0.9940 | 0.9942 | 0.9943 | 0  | 1  | 1  | 1  | 2  |
| 84 | 0.9945 | 0.9947 | 0.9949 | 0.9951 | 0.9952 | 0.9954 | 0.9956 | 0.9957 | 0.9959 | 0.9960 | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  |
| 85 | 0.9962 | 0.9963 | 0.9965 | 0.9966 | 0.9968 | 0.9969 | 0.9971 | 0.9972 | 0.9973 | 0.9974 | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  |
| 86 | 0.9976 | 0.9977 | 0.9978 | 0.9979 | 0.9980 | 0.9981 | 0.9982 | 0.9983 | 0.9984 | 0.9985 | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  |
| 87 | 0.9986 | 0.9987 | 0.9988 | 0.9989 | 0.9990 | 0.9990 | 0.9991 | 0.9992 | 0.9993 | 0.9993 | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  |
| 88 | 0.9994 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9998 | 0.9998 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 89 | 0.9998 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 90 | 1.0000 |        |        |        |        |        |        |        |        |        |    |    |    |    |    |



| चतुर्थांश | कोण          | $\sin A =$             | उदाहरण                                                                                      |
|-----------|--------------|------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| First     | 0 to 90°     | $\sin A$               | $\sin 34^\circ 38' = 0.5683$                                                                |
| Second    | 90° to 180°  | $\sin(180^\circ - A)$  | $\sin 145^\circ 22' = \sin(180^\circ - 145^\circ 22')$<br>$= \sin 34^\circ 38' = 0.5683$    |
| Third     | 180° to 270° | $-\sin(A - 180^\circ)$ | $\sin 214^\circ 38' = -\sin(214^\circ 38' - 180^\circ)$<br>$= -\sin 34^\circ 38' = -0.5683$ |
| Fourth    | 270° to 360° | $-\sin(360^\circ - A)$ | $\sin 325^\circ 22' = -\sin(360^\circ - 325^\circ 22')$<br>$= -\sin 34^\circ 38' = -0.5683$ |

**(Natural Cosines)**

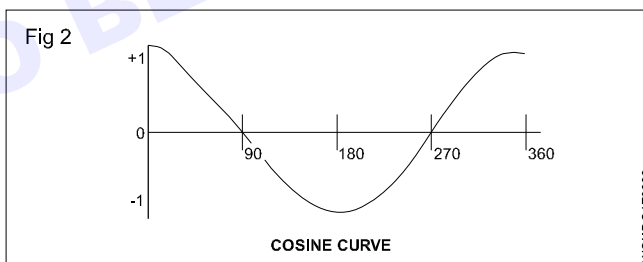
विभिन्न कॉलमों में संख्याओं को घटाया जाना चाहिए, जोड़ा नहीं जाना चाहिए

| °  | 0'     | 6'     | 12'    | 18'    | 24'    | 30'    | 36'    | 42'    | 48'    | 54'    | 1' | 2' | 3' | 4' | 5' |
|----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----|----|----|----|----|
|    | 0.0°   | 0.1°   | 0.2°   | 0.3°   | 0.4°   | 0.5°   | 0.6°   | 0.7°   | 0.8°   | 0.9°   |    |    |    |    |    |
| 0  | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 1  | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9995 | 0.9995 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 2  | 0.9994 | 0.9993 | 0.9993 | 0.9992 | 0.9991 | 0.9990 | 0.9990 | 0.9989 | 0.9988 | 0.9987 | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  |
| 3  | 0.9986 | 0.9985 | 0.9984 | 0.9983 | 0.9982 | 0.9981 | 0.9980 | 0.9979 | 0.9978 | 0.9977 | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  |
| 4  | 0.9976 | 0.9974 | 0.9973 | 0.9972 | 0.9971 | 0.9969 | 0.9968 | 0.9966 | 0.9965 | 0.9963 | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  |
| 5  | 0.9962 | 0.9960 | 0.9959 | 0.9957 | 0.9956 | 0.9954 | 0.9952 | 0.9951 | 0.9949 | 0.9947 | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  |
| 6  | 0.9945 | 0.9943 | 0.9942 | 0.9940 | 0.9938 | 0.9936 | 0.9934 | 0.9932 | 0.9930 | 0.9928 | 0  | 1  | 1  | 1  | 2  |
| 7  | 0.9925 | 0.9923 | 0.9921 | 0.9919 | 0.9917 | 0.9914 | 0.9912 | 0.9910 | 0.9907 | 0.9905 | 0  | 1  | 1  | 1  | 2  |
| 8  | 0.9903 | 0.9900 | 0.9898 | 0.9895 | 0.9893 | 0.9890 | 0.9888 | 0.9885 | 0.9882 | 0.9880 | 0  | 1  | 1  | 2  | 2  |
| 9  | 0.9877 | 0.9874 | 0.9871 | 0.9869 | 0.9866 | 0.9863 | 0.9860 | 0.9857 | 0.9854 | 0.9851 | 0  | 1  | 1  | 2  | 2  |
| 10 | 0.9848 | 0.9845 | 0.9842 | 0.9839 | 0.9836 | 0.9833 | 0.9829 | 0.9826 | 0.9823 | 0.9820 | 1  | 1  | 2  | 2  | 3  |
| 11 | 0.9816 | 0.9813 | 0.9810 | 0.9806 | 0.9803 | 0.9799 | 0.9796 | 0.9792 | 0.9789 | 0.9785 | 1  | 1  | 2  | 2  | 3  |
| 12 | 0.9781 | 0.9778 | 0.9774 | 0.9770 | 0.9767 | 0.9763 | 0.9759 | 0.9755 | 0.9751 | 0.9748 | 1  | 1  | 2  | 2  | 3  |
| 13 | 0.9744 | 0.9740 | 0.9736 | 0.9732 | 0.9728 | 0.9724 | 0.9720 | 0.9715 | 0.9711 | 0.9707 | 1  | 1  | 2  | 3  | 3  |
| 14 | 0.9703 | 0.9699 | 0.9694 | 0.9690 | 0.9686 | 0.9681 | 0.9677 | 0.9673 | 0.9668 | 0.9664 | 1  | 1  | 2  | 3  | 4  |
| 15 | 0.9659 | 0.9655 | 0.9650 | 0.9646 | 0.9641 | 0.9636 | 0.9632 | 0.9627 | 0.9622 | 0.9617 | 1  | 2  | 2  | 3  | 4  |
| 16 | 0.9613 | 0.9608 | 0.9603 | 0.9598 | 0.9593 | 0.9588 | 0.9583 | 0.9578 | 0.9573 | 0.9568 | 1  | 2  | 2  | 3  | 4  |
| 17 | 0.9563 | 0.9558 | 0.9553 | 0.9548 | 0.9542 | 0.9537 | 0.9532 | 0.9527 | 0.9521 | 0.9516 | 1  | 2  | 3  | 3  | 4  |
| 18 | 0.9511 | 0.9505 | 0.9500 | 0.9494 | 0.9489 | 0.9483 | 0.9478 | 0.9472 | 0.9466 | 0.9461 | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  |
| 19 | 0.9455 | 0.9449 | 0.9444 | 0.9438 | 0.9432 | 0.9426 | 0.9421 | 0.9415 | 0.9409 | 0.9403 | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  |
| 20 | 0.9397 | 0.9391 | 0.9385 | 0.9379 | 0.9373 | 0.9367 | 0.9361 | 0.9354 | 0.9348 | 0.9342 | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  |
| 21 | 0.9336 | 0.9330 | 0.9323 | 0.9317 | 0.9311 | 0.9304 | 0.9298 | 0.9291 | 0.9285 | 0.9278 | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  |
| 22 | 0.9272 | 0.9265 | 0.9259 | 0.9252 | 0.9245 | 0.9239 | 0.9232 | 0.9225 | 0.9219 | 0.9212 | 1  | 2  | 3  | 4  | 6  |
| 23 | 0.9205 | 0.9198 | 0.9191 | 0.9184 | 0.9178 | 0.9171 | 0.9164 | 0.9157 | 0.9150 | 0.9143 | 1  | 2  | 3  | 5  | 6  |
| 24 | 0.9135 | 0.9128 | 0.9121 | 0.9114 | 0.9107 | 0.9100 | 0.9092 | 0.9085 | 0.9078 | 0.9070 | 1  | 2  | 4  | 5  | 6  |
| 25 | 0.9063 | 0.9056 | 0.9048 | 0.9041 | 0.9033 | 0.9026 | 0.9018 | 0.9011 | 0.9003 | 0.8996 | 1  | 3  | 4  | 5  | 6  |
| 26 | 0.8988 | 0.8980 | 0.8973 | 0.8965 | 0.8957 | 0.8949 | 0.8942 | 0.8934 | 0.8926 | 0.8918 | 1  | 3  | 4  | 5  | 6  |
| 27 | 0.8910 | 0.8902 | 0.8894 | 0.8886 | 0.8878 | 0.8870 | 0.8862 | 0.8854 | 0.8846 | 0.8838 | 1  | 3  | 4  | 5  | 7  |
| 28 | 0.8829 | 0.8821 | 0.8813 | 0.8805 | 0.8796 | 0.8788 | 0.8780 | 0.8771 | 0.8763 | 0.8755 | 1  | 3  | 4  | 6  | 7  |
| 29 | 0.8746 | 0.8738 | 0.8729 | 0.8721 | 0.8712 | 0.8704 | 0.8695 | 0.8686 | 0.8678 | 0.8669 | 1  | 3  | 4  | 6  | 7  |
| 30 | 0.8660 | 0.8652 | 0.8643 | 0.8634 | 0.8625 | 0.8616 | 0.8607 | 0.8599 | 0.8590 | 0.8581 | 1  | 3  | 4  | 6  | 7  |
| 31 | 0.8572 | 0.8563 | 0.8554 | 0.8545 | 0.8536 | 0.8526 | 0.8517 | 0.8508 | 0.8499 | 0.8490 | 2  | 3  | 5  | 6  | 8  |
| 32 | 0.8480 | 0.8471 | 0.8462 | 0.8453 | 0.8443 | 0.8434 | 0.8425 | 0.8415 | 0.8406 | 0.8396 | 2  | 3  | 5  | 6  | 8  |
| 33 | 0.8387 | 0.8377 | 0.8368 | 0.8358 | 0.8348 | 0.8339 | 0.8329 | 0.8320 | 0.8310 | 0.8300 | 2  | 3  | 5  | 6  | 8  |
| 34 | 0.8290 | 0.8281 | 0.8271 | 0.8261 | 0.8251 | 0.8241 | 0.8231 | 0.8221 | 0.8211 | 0.8202 | 2  | 3  | 5  | 7  | 8  |
| 35 | 0.8192 | 0.8181 | 0.8171 | 0.8161 | 0.8151 | 0.8141 | 0.8131 | 0.8121 | 0.8111 | 0.8100 | 2  | 3  | 5  | 7  | 8  |
| 36 | 0.8090 | 0.8080 | 0.8070 | 0.8059 | 0.8049 | 0.8039 | 0.8028 | 0.8018 | 0.8007 | 0.7997 | 2  | 3  | 5  | 7  | 9  |
| 37 | 0.7986 | 0.7976 | 0.7965 | 0.7955 | 0.7944 | 0.7934 | 0.7923 | 0.7912 | 0.7902 | 0.7891 | 2  | 4  | 5  | 7  | 9  |
| 38 | 0.7880 | 0.7869 | 0.7859 | 0.7848 | 0.7837 | 0.7826 | 0.7815 | 0.7804 | 0.7793 | 0.7782 | 2  | 4  | 5  | 7  | 9  |
| 39 | 0.7771 | 0.7760 | 0.7749 | 0.7738 | 0.7727 | 0.7716 | 0.7705 | 0.7694 | 0.7683 | 0.7672 | 2  | 4  | 6  | 7  | 9  |
| 40 | 0.7660 | 0.7649 | 0.7638 | 0.7627 | 0.7615 | 0.7604 | 0.7593 | 0.7581 | 0.7570 | 0.7559 | 2  | 4  | 6  | 8  | 9  |
| 41 | 0.7547 | 0.7536 | 0.7524 | 0.7513 | 0.7501 | 0.7490 | 0.7478 | 0.7466 | 0.7455 | 0.7443 | 2  | 4  | 6  | 8  | 10 |
| 42 | 0.7431 | 0.7420 | 0.7408 | 0.7396 | 0.7385 | 0.7373 | 0.7361 | 0.7349 | 0.7337 | 0.7325 | 2  | 4  | 6  | 8  | 10 |
| 43 | 0.7314 | 0.7302 | 0.7290 | 0.7278 | 0.7266 | 0.7254 | 0.7242 | 0.7230 | 0.7218 | 0.7206 | 2  | 4  | 6  | 8  | 10 |
| 44 | 0.7193 | 0.7181 | 0.7169 | 0.7157 | 0.7145 | 0.7133 | 0.7120 | 0.7108 | 0.7096 | 0.7083 | 2  | 4  | 6  | 8  | 10 |
| 45 | 0.7071 | 0.7059 | 0.7046 | 0.7034 | 0.7022 | 0.7009 | 0.6997 | 0.6984 | 0.6972 | 0.6959 | 2  | 4  | 6  | 8  | 10 |
| 46 | 0.6947 | 0.6934 | 0.6921 | 0.6909 | 0.6896 | 0.6884 | 0.6871 | 0.6858 | 0.6845 | 0.6833 | 2  | 4  | 6  | 8  | 11 |
| 47 | 0.6820 | 0.6807 | 0.6794 | 0.6782 | 0.6769 | 0.6756 | 0.6743 | 0.6730 | 0.6717 | 0.6704 | 2  | 4  | 6  | 9  | 11 |
| 48 | 0.6691 | 0.6678 | 0.6665 | 0.6652 | 0.6639 | 0.6626 | 0.6613 | 0.6600 | 0.6587 | 0.6574 | 2  | 4  | 7  | 9  | 11 |
| 49 | 0.6561 | 0.6547 | 0.6534 | 0.6521 | 0.6508 | 0.6494 | 0.6481 | 0.6468 | 0.6455 | 0.6441 | 2  | 4  | 7  | 9  | 11 |
| 50 | 0.6428 | 0.6414 | 0.6401 | 0.6388 | 0.6374 | 0.6361 | 0.6347 | 0.6334 | 0.6320 | 0.6307 | 2  | 4  | 7  | 9  | 11 |
| 51 | 0.6293 | 0.6280 | 0.6266 | 0.6252 | 0.6239 | 0.6225 | 0.6211 | 0.6198 | 0.6184 | 0.6170 | 2  | 5  | 7  | 9  | 11 |
| 52 | 0.6157 | 0.6143 | 0.6129 | 0.6115 | 0.6101 | 0.6088 | 0.6074 | 0.6060 | 0.6046 | 0.6032 | 2  | 5  | 7  | 9  | 12 |
| 53 | 0.6018 | 0.6004 | 0.5990 | 0.5976 | 0.5962 | 0.5948 | 0.5934 | 0.5920 | 0.5906 | 0.5892 | 2  | 5  | 7  | 9  | 12 |
| 54 | 0.5878 | 0.5864 | 0.5850 | 0.5835 | 0.5821 | 0.5807 | 0.5793 | 0.5779 | 0.5764 | 0.5750 | 2  | 5  | 7  | 9  | 12 |
| 55 | 0.5736 | 0.5721 | 0.5707 | 0.5693 | 0.5678 | 0.5664 | 0.5650 | 0.5635 | 0.5621 | 0.5606 | 2  | 5  | 7  | 10 | 12 |
| 56 | 0.5592 | 0.5577 | 0.5563 | 0.5548 | 0.5534 | 0.5519 | 0.5505 | 0.5490 | 0.5476 | 0.5461 | 2  | 5  | 7  | 10 | 12 |
| 57 | 0.5446 | 0.5432 | 0.5417 | 0.5402 | 0.5388 | 0.5373 | 0.5358 | 0.5344 | 0.5329 | 0.5314 | 2  | 5  | 7  | 10 | 12 |
| 58 | 0.5299 | 0.5284 | 0.5270 | 0.5255 | 0.5240 | 0.5225 | 0.5210 | 0.5195 | 0.5180 | 0.5165 | 2  | 5  | 7  | 10 | 12 |
| 59 | 0.5150 | 0.5135 | 0.5120 | 0.5105 | 0.5090 | 0.5075 | 0.5060 | 0.5045 | 0.5030 | 0.5015 | 3  | 5  | 8  | 10 | 13 |

# (Natural Cosines)

विभिन्न कॉलमों में संख्याओं को घटाया जाना चाहिए, जोड़ा नहीं जाना चाहिए

| °  | 0'     | 6'     | 12'    | 18'    | 24'    | 30'    | 36'    | 42'    | 48'    | 54'    | 1' | 2' | 3' | 4' | 5' |
|----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----|----|----|----|----|
|    | 0.0°   | 0.1°   | 0.2°   | 0.3°   | 0.4°   | 0.5°   | 0.6°   | 0.7°   | 0.8°   | 0.9°   |    |    |    |    |    |
| 60 | 0.5000 | 0.4985 | 0.4970 | 0.4955 | 0.4939 | 0.4924 | 0.4909 | 0.4894 | 0.4879 | 0.4863 | 3  | 5  | 8  | 10 | 13 |
| 61 | 0.4848 | 0.4833 | 0.4818 | 0.4802 | 0.4787 | 0.4772 | 0.4756 | 0.4741 | 0.4726 | 0.4710 | 3  | 5  | 8  | 10 | 13 |
| 62 | 0.4695 | 0.4679 | 0.4664 | 0.4648 | 0.4633 | 0.4617 | 0.4602 | 0.4586 | 0.4571 | 0.4555 | 3  | 5  | 8  | 10 | 13 |
| 63 | 0.4540 | 0.4524 | 0.4509 | 0.4493 | 0.4478 | 0.4462 | 0.4446 | 0.4431 | 0.4415 | 0.4399 | 3  | 5  | 8  | 10 | 13 |
| 64 | 0.4384 | 0.4368 | 0.4352 | 0.4337 | 0.4321 | 0.4305 | 0.4289 | 0.4274 | 0.4258 | 0.4242 | 3  | 5  | 8  | 11 | 13 |
| 65 | 0.4226 | 0.4210 | 0.4195 | 0.4179 | 0.4163 | 0.4147 | 0.4131 | 0.4115 | 0.4099 | 0.4083 | 3  | 5  | 8  | 11 | 13 |
| 66 | 0.4067 | 0.4051 | 0.4035 | 0.4019 | 0.4003 | 0.3987 | 0.3971 | 0.3955 | 0.3939 | 0.3923 | 3  | 5  | 8  | 11 | 13 |
| 67 | 0.3907 | 0.3891 | 0.3875 | 0.3859 | 0.3843 | 0.3827 | 0.3811 | 0.3795 | 0.3778 | 0.3762 | 3  | 5  | 8  | 11 | 13 |
| 68 | 0.3746 | 0.3730 | 0.3714 | 0.3697 | 0.3681 | 0.3665 | 0.3649 | 0.3633 | 0.3616 | 0.3600 | 3  | 5  | 8  | 11 | 14 |
| 69 | 0.3584 | 0.3567 | 0.3551 | 0.3535 | 0.3518 | 0.3502 | 0.3486 | 0.3469 | 0.3453 | 0.3437 | 3  | 5  | 8  | 11 | 14 |
| 70 | 0.3420 | 0.3404 | 0.3387 | 0.3371 | 0.3355 | 0.3338 | 0.3322 | 0.3305 | 0.3289 | 0.3272 | 3  | 5  | 8  | 11 | 14 |
| 71 | 0.3256 | 0.3239 | 0.3223 | 0.3206 | 0.3190 | 0.3173 | 0.3156 | 0.3140 | 0.3123 | 0.3107 | 3  | 6  | 8  | 11 | 14 |
| 72 | 0.3090 | 0.3074 | 0.3057 | 0.3040 | 0.3024 | 0.3007 | 0.2990 | 0.2974 | 0.2957 | 0.2940 | 3  | 6  | 8  | 11 | 14 |
| 73 | 0.2924 | 0.2907 | 0.2890 | 0.2874 | 0.2857 | 0.2840 | 0.2823 | 0.2807 | 0.2790 | 0.2773 | 3  | 6  | 8  | 11 | 14 |
| 74 | 0.2756 | 0.2740 | 0.2723 | 0.2706 | 0.2689 | 0.2672 | 0.2656 | 0.2639 | 0.2622 | 0.2605 | 3  | 6  | 8  | 11 | 14 |
| 75 | 0.2588 | 0.2571 | 0.2554 | 0.2538 | 0.2521 | 0.2504 | 0.2487 | 0.2470 | 0.2453 | 0.2436 | 3  | 6  | 8  | 11 | 14 |
| 76 | 0.2419 | 0.2402 | 0.2385 | 0.2368 | 0.2351 | 0.2334 | 0.2317 | 0.2300 | 0.2284 | 0.2267 | 3  | 6  | 8  | 11 | 14 |
| 77 | 0.2250 | 0.2233 | 0.2215 | 0.2198 | 0.2181 | 0.2164 | 0.2147 | 0.2130 | 0.2113 | 0.2096 | 3  | 6  | 9  | 11 | 14 |
| 78 | 0.2079 | 0.2062 | 0.2045 | 0.2028 | 0.2011 | 0.1994 | 0.1977 | 0.1959 | 0.1942 | 0.1925 | 3  | 6  | 9  | 11 | 14 |
| 79 | 0.1908 | 0.1891 | 0.1874 | 0.1857 | 0.1840 | 0.1822 | 0.1805 | 0.1788 | 0.1771 | 0.1754 | 3  | 6  | 9  | 11 | 14 |
| 80 | 0.1736 | 0.1719 | 0.1702 | 0.1685 | 0.1668 | 0.1650 | 0.1633 | 0.1616 | 0.1599 | 0.1582 | 3  | 6  | 9  | 11 | 14 |
| 81 | 0.1564 | 0.1547 | 0.1530 | 0.1513 | 0.1495 | 0.1478 | 0.1461 | 0.1444 | 0.1426 | 0.1409 | 3  | 6  | 9  | 11 | 14 |
| 82 | 0.1392 | 0.1374 | 0.1357 | 0.1340 | 0.1323 | 0.1305 | 0.1288 | 0.1271 | 0.1253 | 0.1236 | 3  | 6  | 9  | 12 | 14 |
| 83 | 0.1219 | 0.1201 | 0.1184 | 0.1167 | 0.1149 | 0.1132 | 0.1115 | 0.1097 | 0.1080 | 0.1063 | 3  | 6  | 9  | 12 | 14 |
| 84 | 0.1045 | 0.1028 | 0.1011 | 0.0993 | 0.0976 | 0.0958 | 0.0941 | 0.0924 | 0.0906 | 0.0889 | 3  | 6  | 9  | 12 | 14 |
| 85 | 0.0872 | 0.0854 | 0.0837 | 0.0819 | 0.0802 | 0.0785 | 0.0767 | 0.0750 | 0.0732 | 0.0715 | 3  | 6  | 9  | 12 | 14 |
| 86 | 0.0698 | 0.0680 | 0.0663 | 0.0645 | 0.0628 | 0.0610 | 0.0593 | 0.0576 | 0.0558 | 0.0541 | 3  | 6  | 9  | 12 | 15 |
| 87 | 0.0523 | 0.0506 | 0.0488 | 0.0471 | 0.0454 | 0.0436 | 0.0419 | 0.0401 | 0.0384 | 0.0366 | 3  | 6  | 9  | 12 | 15 |
| 88 | 0.0349 | 0.0332 | 0.0314 | 0.0297 | 0.0279 | 0.0262 | 0.0244 | 0.0227 | 0.0209 | 0.0192 | 3  | 6  | 9  | 12 | 15 |
| 89 | 0.0175 | 0.0157 | 0.0140 | 0.0122 | 0.0105 | 0.0087 | 0.0070 | 0.0052 | 0.0035 | 0.0017 | 3  | 6  | 9  | 12 | 15 |
| 90 | 0.0000 |        |        |        |        |        |        |        |        |        |    |    |    |    |    |



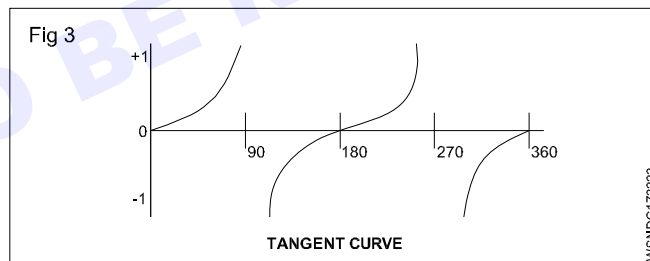
| चतुर्थांश | कोण          | $\cos A =$             | उदाहरण                                                                                      |
|-----------|--------------|------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| First     | 0 to 90°     | $\cos A$               | $\cos 33^\circ 26' = 0.8345$                                                                |
| Second    | 90° to 180°  | $-\cos(180^\circ - A)$ | $\sin 146^\circ 34' = -\cos(180^\circ - 146^\circ 34')$<br>$= -\cos 33^\circ 26' = -0.8345$ |
| Third     | 180° to 270° | $\cos(A - 180^\circ)$  | $\cos 213^\circ 26' = -\cos(213^\circ 26' - 180^\circ)$<br>$= -\cos 33^\circ 26' = -0.8345$ |
| Fourth    | 270° to 360° | $\cos(360^\circ - A)$  | $\cos 326^\circ 34' = \cos(360^\circ - 326^\circ 34')$<br>$= \cos 33^\circ 26' = 0.8345$    |

**(Natural Tangents)**

| °  | 0'     | 6'     | 12'    | 18'    | 24'    | 30'    | 36'    | 42'    | 48'    | 54'    | 1' | 2' | 3' | 4' | 5' |
|----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----|----|----|----|----|
|    | 0.0°   | 0.1°   | 0.2°   | 0.3°   | 0.4°   | 0.5°   | 0.6°   | 0.7°   | 0.8°   | 0.9°   |    |    |    |    |    |
| 0  | 0.0000 | 0.0017 | 0.0035 | 0.0052 | 0.0070 | 0.0087 | 0.0105 | 0.0122 | 0.0140 | 0.0157 | 3  | 6  | 9  | 12 | 15 |
| 1  | 0.0175 | 0.0192 | 0.0209 | 0.0227 | 0.0244 | 0.0262 | 0.0279 | 0.0297 | 0.0314 | 0.0332 | 3  | 6  | 9  | 12 | 15 |
| 2  | 0.0349 | 0.0367 | 0.0384 | 0.0402 | 0.0419 | 0.0437 | 0.0454 | 0.0472 | 0.0489 | 0.0507 | 3  | 6  | 9  | 12 | 15 |
| 3  | 0.0524 | 0.0542 | 0.0559 | 0.0577 | 0.0594 | 0.0612 | 0.0629 | 0.0647 | 0.0664 | 0.0682 | 3  | 6  | 9  | 12 | 15 |
| 4  | 0.0699 | 0.0717 | 0.0734 | 0.0752 | 0.0769 | 0.0787 | 0.0805 | 0.0822 | 0.0840 | 0.0857 | 3  | 6  | 9  | 12 | 15 |
| 5  | 0.0875 | 0.0892 | 0.0910 | 0.0928 | 0.0945 | 0.0963 | 0.0981 | 0.0998 | 0.1016 | 0.1033 | 3  | 6  | 9  | 12 | 15 |
| 6  | 0.1051 | 0.1069 | 0.1086 | 0.1104 | 0.1122 | 0.1139 | 0.1157 | 0.1175 | 0.1192 | 0.1210 | 3  | 6  | 9  | 12 | 15 |
| 7  | 0.1228 | 0.1246 | 0.1263 | 0.1281 | 0.1299 | 0.1317 | 0.1334 | 0.1352 | 0.1370 | 0.1388 | 3  | 6  | 9  | 12 | 15 |
| 8  | 0.1405 | 0.1423 | 0.1441 | 0.1459 | 0.1477 | 0.1495 | 0.1512 | 0.1530 | 0.1548 | 0.1566 | 3  | 6  | 9  | 12 | 15 |
| 9  | 0.1584 | 0.1602 | 0.1620 | 0.1638 | 0.1655 | 0.1673 | 0.1691 | 0.1709 | 0.1727 | 0.1745 | 3  | 6  | 9  | 12 | 15 |
| 10 | 0.1763 | 0.1781 | 0.1799 | 0.1817 | 0.1835 | 0.1853 | 0.1871 | 0.1890 | 0.1908 | 0.1926 | 3  | 6  | 9  | 12 | 15 |
| 11 | 0.1944 | 0.1962 | 0.1980 | 0.1998 | 0.2016 | 0.2035 | 0.2053 | 0.2071 | 0.2089 | 0.2107 | 3  | 6  | 9  | 12 | 15 |
| 12 | 0.2126 | 0.2144 | 0.2162 | 0.2180 | 0.2199 | 0.2217 | 0.2235 | 0.2254 | 0.2272 | 0.2290 | 3  | 6  | 9  | 12 | 15 |
| 13 | 0.2309 | 0.2327 | 0.2345 | 0.2364 | 0.2382 | 0.2401 | 0.2419 | 0.2438 | 0.2456 | 0.2475 | 3  | 6  | 9  | 12 | 15 |
| 14 | 0.2493 | 0.2512 | 0.2530 | 0.2549 | 0.2568 | 0.2586 | 0.2605 | 0.2623 | 0.2642 | 0.2661 | 3  | 6  | 9  | 12 | 16 |
| 15 | 0.2679 | 0.2698 | 0.2717 | 0.2736 | 0.2754 | 0.2773 | 0.2792 | 0.2811 | 0.2830 | 0.2849 | 3  | 6  | 9  | 13 | 16 |
| 16 | 0.2867 | 0.2886 | 0.2905 | 0.2924 | 0.2943 | 0.2962 | 0.2981 | 0.3000 | 0.3019 | 0.3038 | 3  | 6  | 9  | 13 | 16 |
| 17 | 0.3057 | 0.3076 | 0.3096 | 0.3115 | 0.3134 | 0.3153 | 0.3172 | 0.3191 | 0.3211 | 0.3230 | 3  | 6  | 10 | 13 | 16 |
| 18 | 0.3249 | 0.3269 | 0.3288 | 0.3307 | 0.3327 | 0.3346 | 0.3365 | 0.3385 | 0.3404 | 0.3424 | 3  | 6  | 10 | 13 | 16 |
| 19 | 0.3443 | 0.3463 | 0.3482 | 0.3502 | 0.3522 | 0.3541 | 0.3561 | 0.3581 | 0.3600 | 0.3620 | 3  | 7  | 10 | 13 | 16 |
| 20 | 0.3640 | 0.3659 | 0.3679 | 0.3699 | 0.3719 | 0.3739 | 0.3759 | 0.3779 | 0.3799 | 0.3819 | 3  | 7  | 10 | 13 | 17 |
| 21 | 0.3839 | 0.3859 | 0.3879 | 0.3899 | 0.3919 | 0.3939 | 0.3959 | 0.3979 | 0.4000 | 0.4020 | 3  | 7  | 10 | 13 | 17 |
| 22 | 0.4040 | 0.4061 | 0.4081 | 0.4101 | 0.4122 | 0.4142 | 0.4163 | 0.4183 | 0.4204 | 0.4224 | 3  | 7  | 10 | 14 | 17 |
| 23 | 0.4245 | 0.4265 | 0.4286 | 0.4307 | 0.4327 | 0.4348 | 0.4369 | 0.4390 | 0.4411 | 0.4431 | 3  | 7  | 10 | 14 | 17 |
| 24 | 0.4452 | 0.4473 | 0.4494 | 0.4515 | 0.4536 | 0.4557 | 0.4578 | 0.4599 | 0.4621 | 0.4642 | 4  | 7  | 11 | 14 | 18 |
| 25 | 0.4663 | 0.4684 | 0.4706 | 0.4727 | 0.4748 | 0.4770 | 0.4791 | 0.4813 | 0.4834 | 0.4856 | 4  | 7  | 11 | 14 | 18 |
| 26 | 0.4877 | 0.4899 | 0.4921 | 0.4942 | 0.4964 | 0.4986 | 0.5008 | 0.5029 | 0.5051 | 0.5073 | 4  | 7  | 11 | 15 | 18 |
| 27 | 0.5095 | 0.5117 | 0.5139 | 0.5161 | 0.5184 | 0.5206 | 0.5228 | 0.5250 | 0.5272 | 0.5295 | 4  | 7  | 11 | 15 | 18 |
| 28 | 0.5317 | 0.5340 | 0.5362 | 0.5384 | 0.5407 | 0.5430 | 0.5452 | 0.5475 | 0.5498 | 0.5520 | 4  | 8  | 11 | 15 | 19 |
| 29 | 0.5543 | 0.5566 | 0.5589 | 0.5612 | 0.5635 | 0.5658 | 0.5681 | 0.5704 | 0.5727 | 0.5750 | 4  | 8  | 12 | 15 | 19 |
| 30 | 0.5774 | 0.5797 | 0.5820 | 0.5844 | 0.5867 | 0.5890 | 0.5914 | 0.5938 | 0.5961 | 0.5985 | 4  | 8  | 12 | 16 | 20 |
| 31 | 0.6009 | 0.6032 | 0.6056 | 0.6080 | 0.6104 | 0.6128 | 0.6152 | 0.6176 | 0.6200 | 0.6224 | 4  | 8  | 12 | 16 | 20 |
| 32 | 0.6249 | 0.6273 | 0.6297 | 0.6322 | 0.6346 | 0.6371 | 0.6395 | 0.6420 | 0.6445 | 0.6469 | 4  | 8  | 12 | 16 | 20 |
| 33 | 0.6494 | 0.6519 | 0.6544 | 0.6569 | 0.6594 | 0.6619 | 0.6644 | 0.6669 | 0.6694 | 0.6720 | 4  | 8  | 13 | 17 | 21 |
| 34 | 0.6745 | 0.6771 | 0.6796 | 0.6822 | 0.6847 | 0.6873 | 0.6899 | 0.6924 | 0.6950 | 0.6976 | 4  | 9  | 13 | 17 | 21 |
| 35 | 0.7002 | 0.7028 | 0.7054 | 0.7080 | 0.7107 | 0.7133 | 0.7159 | 0.7186 | 0.7212 | 0.7239 | 4  | 9  | 13 | 17 | 22 |
| 36 | 0.7265 | 0.7292 | 0.7319 | 0.7346 | 0.7373 | 0.7400 | 0.7427 | 0.7454 | 0.7481 | 0.7508 | 5  | 9  | 14 | 18 | 23 |
| 37 | 0.7536 | 0.7563 | 0.7590 | 0.7618 | 0.7646 | 0.7673 | 0.7701 | 0.7729 | 0.7757 | 0.7785 | 5  | 9  | 14 | 18 | 23 |
| 38 | 0.7813 | 0.7841 | 0.7869 | 0.7898 | 0.7926 | 0.7954 | 0.7983 | 0.8012 | 0.8040 | 0.8069 | 5  | 9  | 14 | 19 | 24 |
| 39 | 0.8098 | 0.8127 | 0.8156 | 0.8185 | 0.8214 | 0.8243 | 0.8273 | 0.8302 | 0.8332 | 0.8361 | 5  | 10 | 15 | 20 | 24 |
| 40 | 0.8391 | 0.8421 | 0.8451 | 0.8481 | 0.8511 | 0.8541 | 0.8571 | 0.8601 | 0.8632 | 0.8662 | 5  | 10 | 15 | 20 | 25 |
| 41 | 0.8693 | 0.8724 | 0.8754 | 0.8785 | 0.8816 | 0.8847 | 0.8878 | 0.8910 | 0.8941 | 0.8972 | 5  | 10 | 16 | 21 | 26 |
| 42 | 0.9004 | 0.9036 | 0.9067 | 0.9099 | 0.9131 | 0.9163 | 0.9195 | 0.9228 | 0.9260 | 0.9293 | 5  | 11 | 16 | 21 | 27 |
| 43 | 0.9325 | 0.9358 | 0.9391 | 0.9424 | 0.9457 | 0.9490 | 0.9523 | 0.9556 | 0.9590 | 0.9623 | 6  | 11 | 17 | 22 | 28 |
| 44 | 0.9657 | 0.9691 | 0.9725 | 0.9759 | 0.9793 | 0.9827 | 0.9861 | 0.9896 | 0.9930 | 0.9965 | 6  | 11 | 17 | 23 | 28 |
| 45 | 1.0000 | 1.0035 | 1.0070 | 1.0105 | 1.0141 | 1.0176 | 1.0212 | 1.0247 | 1.0283 | 1.0319 | 6  | 12 | 18 | 24 | 30 |
| 46 | 1.0355 | 1.0392 | 1.0428 | 1.0464 | 1.0501 | 1.0538 | 1.0575 | 1.0612 | 1.0649 | 1.0686 | 6  | 12 | 18 | 25 | 31 |
| 47 | 1.0724 | 1.0761 | 1.0799 | 1.0837 | 1.0875 | 1.0913 | 1.0951 | 1.0990 | 1.1028 | 1.1067 | 6  | 13 | 19 | 25 | 32 |
| 48 | 1.1106 | 1.1145 | 1.1184 | 1.1224 | 1.1263 | 1.1303 | 1.1343 | 1.1383 | 1.1423 | 1.1463 | 7  | 13 | 20 | 27 | 33 |
| 49 | 1.1504 | 1.1544 | 1.1585 | 1.1626 | 1.1667 | 1.1708 | 1.1750 | 1.1792 | 1.1833 | 1.1875 | 7  | 14 | 21 | 28 | 34 |
| 50 | 1.1918 | 1.1960 | 1.2002 | 1.2045 | 1.2088 | 1.2131 | 1.2174 | 1.2218 | 1.2261 | 1.2305 | 7  | 14 | 22 | 29 | 36 |
| 51 | 1.2349 | 1.2393 | 1.2437 | 1.2482 | 1.2527 | 1.2572 | 1.2617 | 1.2662 | 1.2708 | 1.2753 | 8  | 15 | 23 | 30 | 38 |
| 52 | 1.2799 | 1.2846 | 1.2892 | 1.2938 | 1.2985 | 1.3032 | 1.3079 | 1.3127 | 1.3175 | 1.3222 | 8  | 16 | 24 | 31 | 39 |
| 53 | 1.3270 | 1.3319 | 1.3367 | 1.3416 | 1.3465 | 1.3514 | 1.3564 | 1.3613 | 1.3663 | 1.3713 | 8  | 16 | 25 | 33 | 41 |
| 54 | 1.3764 | 1.3814 | 1.3865 | 1.3916 | 1.3968 | 1.4019 | 1.4071 | 1.4124 | 1.4176 | 1.4229 | 9  | 17 | 26 | 34 | 43 |
| 55 | 1.4281 | 1.4335 | 1.4388 | 1.4442 | 1.4496 | 1.4550 | 1.4605 | 1.4659 | 1.4715 | 1.4770 | 9  | 18 | 27 | 36 | 45 |
| 56 | 1.4826 | 1.4882 | 1.4938 | 1.4994 | 1.5051 | 1.5108 | 1.5166 | 1.5224 | 1.5282 | 1.5340 | 10 | 19 | 29 | 38 | 48 |
| 57 | 1.5399 | 1.5458 | 1.5517 | 1.5577 | 1.5637 | 1.5697 | 1.5757 | 1.5818 | 1.5880 | 1.5941 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
| 58 | 1.6003 | 1.6066 | 1.6128 | 1.6191 | 1.6255 | 1.6319 | 1.6383 | 1.6447 | 1.6512 | 1.6577 | 11 | 21 | 32 | 43 | 53 |
| 59 | 1.6643 | 1.6709 | 1.6775 | 1.6842 | 1.6909 | 1.6977 | 1.7045 | 1.7113 | 1.7182 | 1.7251 | 11 | 23 | 34 | 45 | 56 |

# (Natural Tangents)

| °  | 0'     | 6'     | 12'    | 18'    | 24'    | 30'    | 36'    | 42'    | 48'    | 54'    | 1'                                   | 2'  | 3'  | 4'  | 5'  |
|----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------------------------------------|-----|-----|-----|-----|
|    | 0.0°   | 0.1°   | 0.2°   | 0.3°   | 0.4°   | 0.5°   | 0.6°   | 0.7°   | 0.8°   | 0.9°   |                                      |     |     |     |     |
| 60 | 1.7321 | 1.7391 | 1.7461 | 1.7532 | 1.7603 | 1.7675 | 1.7747 | 1.7820 | 1.7893 | 1.7966 | 12                                   | 24  | 36  | 48  | 60  |
| 61 | 1.8040 | 1.8115 | 1.8190 | 1.8265 | 1.8341 | 1.8418 | 1.8495 | 1.8572 | 1.8650 | 1.8728 | 13                                   | 26  | 38  | 51  | 64  |
| 62 | 1.8807 | 1.8887 | 1.8967 | 1.9047 | 1.9128 | 1.9210 | 1.9292 | 1.9375 | 1.9458 | 1.9542 | 14                                   | 27  | 41  | 55  | 68  |
| 63 | 1.9626 | 1.9711 | 1.9797 | 1.9883 | 1.9970 | 2.0057 | 2.0145 | 2.0233 | 2.0323 | 2.0413 | 15                                   | 29  | 44  | 58  | 73  |
| 64 | 2.0503 | 2.0594 | 2.0686 | 2.0778 | 2.0872 | 2.0965 | 2.1060 | 2.1155 | 2.1251 | 2.1348 | 16                                   | 31  | 47  | 63  | 78  |
| 65 | 2.1445 | 2.1543 | 2.1642 | 2.1742 | 2.1842 | 2.1943 | 2.2045 | 2.2148 | 2.2251 | 2.2355 | 17                                   | 34  | 51  | 68  | 85  |
| 66 | 2.2460 | 2.2566 | 2.2673 | 2.2781 | 2.2889 | 2.2998 | 2.3109 | 2.3220 | 2.3332 | 2.3445 | 18                                   | 37  | 55  | 73  | 92  |
| 67 | 2.3559 | 2.3673 | 2.3789 | 2.3906 | 2.4023 | 2.4142 | 2.4262 | 2.4383 | 2.4504 | 2.4627 | 20                                   | 40  | 60  | 79  | 99  |
| 68 | 2.4751 | 2.4876 | 2.5002 | 2.5129 | 2.5257 | 2.5386 | 2.5517 | 2.5649 | 2.5782 | 2.5916 | 22                                   | 43  | 65  | 87  | 108 |
| 69 | 2.6051 | 2.6187 | 2.6325 | 2.6464 | 2.6605 | 2.6746 | 2.6889 | 2.7034 | 2.7179 | 2.7326 | 24                                   | 47  | 71  | 95  | 119 |
| 70 | 2.7475 | 2.7625 | 2.7776 | 2.7929 | 2.8083 | 2.8239 | 2.8397 | 2.8556 | 2.8716 | 2.8878 | 26                                   | 52  | 78  | 104 | 131 |
| 71 | 2.9042 | 2.9208 | 2.9375 | 2.9544 | 2.9714 | 2.9887 | 3.0061 | 3.0237 | 3.0415 | 3.0595 | 29                                   | 58  | 87  | 116 | 145 |
| 72 | 3.0777 | 3.0961 | 3.1146 | 3.1334 | 3.1524 | 3.1716 | 3.1910 | 3.2106 | 3.2305 | 3.2506 | 32                                   | 64  | 96  | 129 | 161 |
| 73 | 3.2709 | 3.2914 | 3.3122 | 3.3332 | 3.3544 | 3.3759 | 3.3977 | 3.4197 | 3.4420 | 3.4646 | 36                                   | 72  | 108 | 144 | 180 |
| 74 | 3.4874 | 3.5105 | 3.5339 | 3.5576 | 3.5816 | 3.6059 | 3.6305 | 3.6554 | 3.6806 | 3.7062 | 41                                   | 81  | 122 | 163 | 204 |
| 75 | 3.7321 | 3.7583 | 3.7848 | 3.8118 | 3.8391 | 3.8667 | 3.8947 | 3.9232 | 3.9520 | 3.9812 | 46                                   | 93  | 139 | 186 | 232 |
| 76 | 4.0108 | 4.0408 | 4.0713 | 4.1022 | 4.1335 | 4.1653 | 4.1976 | 4.2303 | 4.2635 | 4.2972 | 53                                   | 107 | 160 | 213 | 267 |
| 77 | 4.3315 | 4.3662 | 4.4015 | 4.4374 | 4.4737 | 4.5107 | 4.5483 | 4.5864 | 4.6252 | 4.6646 | DIFFERENCES<br>UNTRUSTWORTHY<br>HERE |     |     |     |     |
| 78 | 4.7046 | 4.7453 | 4.7867 | 4.8288 | 4.8716 | 4.9152 | 4.9594 | 5.0045 | 5.0504 | 5.0970 |                                      |     |     |     |     |
| 79 | 5.1446 | 5.1929 | 5.2422 | 5.2924 | 5.3435 | 5.3955 | 5.4486 | 5.5026 | 5.5578 | 5.6140 |                                      |     |     |     |     |
| 80 | 5.6713 | 5.7297 | 5.7894 | 5.8502 | 5.9124 | 5.9758 | 6.0405 | 6.1066 | 6.1742 | 6.2432 |                                      |     |     |     |     |
| 81 | 6.3138 | 6.3859 | 6.4596 | 6.5350 | 6.6122 | 6.6912 | 6.7720 | 6.8548 | 6.9395 | 7.0264 |                                      |     |     |     |     |
| 82 | 7.1154 | 7.2066 | 7.3002 | 7.3962 | 7.4947 | 7.5958 | 7.6996 | 7.8062 | 7.9158 | 8.0285 |                                      |     |     |     |     |
| 83 | 8.1443 | 8.2636 | 8.3863 | 8.5126 | 8.6427 | 8.7769 | 8.9152 | 9.0579 | 9.2052 | 9.3572 |                                      |     |     |     |     |
| 84 | 9.5144 | 9.677  | 9.845  | 10.02  | 10.20  | 10.39  | 10.58  | 10.78  | 10.99  | 11.20  |                                      |     |     |     |     |
| 85 | 11.43  | 11.66  | 11.91  | 12.16  | 12.43  | 12.71  | 13.00  | 13.30  | 13.62  | 13.95  |                                      |     |     |     |     |
| 86 | 14.30  | 14.67  | 15.06  | 15.46  | 15.89  | 16.35  | 16.83  | 17.34  | 17.89  | 18.46  |                                      |     |     |     |     |
| 87 | 19.08  | 19.74  | 20.45  | 21.20  | 22.02  | 22.90  | 23.86  | 24.90  | 26.03  | 27.27  |                                      |     |     |     |     |
| 88 | 28.64  | 30.14  | 31.82  | 33.69  | 35.80  | 38.19  | 40.92  | 44.07  | 47.74  | 52.08  |                                      |     |     |     |     |
| 89 | 57.29  | 63.66  | 71.62  | 81.85  | 95.49  | 114.6  | 143.2  | 191.0  | 286.5  | 573.0  |                                      |     |     |     |     |
| 90 | x      |        |        |        |        |        |        |        |        |        |                                      |     |     |     |     |



| चतुर्थांश | कोण          | $\tan A =$             | उदाहरण                                                                                      |
|-----------|--------------|------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| First     | 0 to 90°     | $\tan A$               | $\tan 56^\circ 17' = 1.4986$                                                                |
| Second    | 90° to 180°  | $-\tan(180^\circ - A)$ | $\tan 123^\circ 43' = -\tan(180^\circ - 123^\circ 43')$<br>$= -\tan 56^\circ 17' = -1.4986$ |
| Third     | 180° to 270° | $\tan(A - 180^\circ)$  | $\tan 236^\circ 17' = \tan(236^\circ 17' - 180^\circ)$<br>$= \tan 56^\circ 17' = 1.4986$    |
| Fourth    | 270° to 360° | $-\tan(360^\circ - A)$ | $\tan 303^\circ 43' = -\tan(360^\circ - 303^\circ 43')$<br>$= -\tan 56^\circ 17' = -1.4986$ |